

O parâmetro R&R e suas formas de obtenção: uma revisão de literatura

Jéssica Cristina Silva Melo^{1†}, Bruno Carlos Alves Pinheiro², Eduardo Campana Barbosa³

¹ *Faculdades Integradas de Cataguases – FIC/UNIS*

² *Universidade Estadual de Minas Gerais, Ubá-MG*

³ *Universidade Federal de Viçosa, Viçosa-MG*

Resumo: *A vantagem competitiva de uma empresa em relação aos seus concorrentes está diretamente ligada com a qualidade de seus produtos e serviços. As técnicas estatísticas são fundamentais para a melhoria da qualidade em um sistema de medição. O presente trabalho trata-se de uma revisão bibliográfica, na qual serão abordados dois métodos estatísticos capazes de auxiliar na avaliação de um sistema de medição, através da estimativa dos parâmetros de Repetitividade e Reprodutibilidade (R&R). Será apresentada uma breve revisão sobre o que é o parâmetro R&R e também sobre suas formas de obtenção, por meio do Método da Média e Amplitude e do Método baseado na Análise de Variâncias (ANOVA). Adicionalmente, será demonstrado o uso destes métodos através de alguns estudos já realizados por outros autores. Através da literatura e dos estudos citados neste artigo, concluiu-se que, embora o Método da ANOVA seja mais completo quando comparado com o Método da Média e Amplitude, ambos são úteis para determinar se o processo de medição é adequado, por meio da análise da Repetitividade e Reprodutibilidade (R&R). Sendo o desajuste do sistema de medição R&R > 30%, os autores sugerem que treinamentos sejam oferecidos aos operadores, para que os mesmos realizem as medições de maneira correta.*

Palavras- Chave: *Repetitividade; Reprodutibilidade; Métodos Estatísticos.*

Abstract: *The competitive advantage of a company relative to its competitors is directly linked with the quality of their products and services. Statistical Techniques are fundamental to quality improvement in a measurement system. This study is a review of literature about two statistical methods to assist in the evaluation of a measurement system, by estimating the Repeatability and Reproducibility parameters (R & R). It is presented a brief review of the R & R parameter and also on how to obtain this, by the Average and Range Method and the Analysis of Variances (ANOVA). In addition, will be demonstrated the use of these methods through some studies already done by others authors. Through the literature and the studies cited in this article, it was concluded that although the ANOVA Method is more efficient when compared to the Average and Range Method, both are useful in determining whether the measurement process is adequate, by analyzing the Repeatability and Reproducibility. Being the adjustment disorder of measurement system R&R > 30%, the authors suggest training be offered to operators to perform measurements correctly.*

Keywords: *Repeatability; Reproducibility; Statistical Methods.*

Introdução

No contexto empresarial, segundo Montgomery e Runger (2011), a qualidade dos produtos e serviços é um dos principais fatores para a tomada de decisões, sendo considerada por muitos consumidores tão importante quanto o preço do produto adquirido e o prazo de entrega. Por isso, de acordo com Chandra (2001), maior qualidade dos produtos implica em maior vantagem competitiva para uma empresa perante seus concorrentes. Sendo assim, é importante que os responsáveis pela concepção, desenvolvimento e fabricação dos produtos compreendam os conceitos e técnicas utilizadas no processo de melhoria da qualidade.

Conforme o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO), qualidade é definida como o grau de atendimento (ou conformidade) de um serviço, produto, processo e de um profissional a requisitos mínimos determinados em normas ou especificações técnicas, ao menor valor possível para a sociedade.

[†]Autor correspondente: jessi.melo@yahoo.com.br.

Montgomery (2004) conceitua qualidade de diversas formas. Em uma definição tradicional, qualidade significa adequação para uso, ou seja, os produtos e serviços precisam possuir as especificações impostas por aqueles que os usam. Na definição moderna, qualidade é definida como o inverso da variabilidade, isto é, se a variabilidade não desejada nas características essenciais de um produto diminui, a qualidade do produto aumenta. Essa variabilidade só pode ser descrita em termos estatísticos. Os métodos estatísticos possuem um papel central no desempenho para a melhoria da qualidade.

Montgomery (2009) afirma que a estatística é a linguagem utilizada para mensurar e analisar a qualidade. Os métodos estatísticos fornecem meios para amostrar, testar e avaliar um produto, permitindo obter informações para controlar a variabilidade do processo e, conseqüentemente, melhorar a qualidade do produto. O autor apresenta a seguinte definição de métodos estatísticos:

“[...] a collection of techniques useful for making decisions about a process or population based on an analysis of the information contained in a sample from that population. Statistical methods play a vital role in quality control and improvement [...]” (MONTGOMERY, 2009, p. 61.).

Conforme Santos (2006), só é possível efetivar a observação de um processo que possui variações através de medições. É a medição que permite mensurar a variação dos dados, através do monitoramento da produção; assegurando a qualidade de produtos e processos de fabricação, diminuindo a taxa de defeitos, falhas e erros. Adicionalmente, para Ribeiro (2004), os métodos estatísticos podem ser utilizados para estabelecer: (a) o valor mais provável de uma medição, a partir de um conjunto limitado de medições, (b) o erro provável de uma medição e (c) o valor da incerteza na melhor resposta obtida. Por isso, as organizações investem em procedimentos de medição visando conhecer melhor o seu processo para oferecer maior confiabilidade aos consumidores.

Segundo Junior e Sousa (2008), o parâmetro denominado R & R é bastante utilizado na indústria de forma conclusiva com o intuito de verificar a adequabilidade do processo de medição. Este parâmetro resulta da combinação da Repetitividade com a Reprodutibilidade e freqüentemente é considerada como a variabilidade total da medição. Os métodos estatísticos utilizados para a determinação do R & R são: o Método da Média e Amplitude e o Método baseado na Análise de Variâncias (ANOVA).

Neste sentido, dada a importância dos métodos estatísticos para a melhoria da qualidade em um sistema de medição, o presente trabalho tem como objetivo realizar uma revisão de literatura acerca das técnicas estatísticas do Método da Média e Amplitude e do Método baseado na Análise de Variâncias (ANOVA). Ambos são capazes de auxiliar na avaliação de um sistema de medição, através da estimativa dos parâmetros de Repetitividade e Reprodutibilidade (R&R). Adicionalmente, será demonstrada a aplicação destes métodos através de alguns estudos já realizados e encontrados na literatura.

Metodologia

A metodologia consistiu em revisão de literatura ou bibliográfica. Mais especificamente, no presente trabalho foram consultados artigos científicos publicados em periódicos nacionais e internacionais de engenharia e metrologia, disponíveis em plataformas virtuais como a *Scientific Electronic Library Online* (SCIELO) e o Periódico CAPES/MEC. Outras fontes de consultas como livros, dissertações de mestrado e teses de doutorado também foram analisadas. Para a busca nos bancos de dados, foram utilizadas as palavras-chave repetitividade, reprodutibilidade e métodos estatísticos e os correspondentes em inglês, *repeatability*, *reproducibility* e *statistical methods*.

Inicialmente, foi realizada a análise individual do título e dos resumos dos artigos encontrados através da pesquisa eletrônica, possibilitando a aplicação dos critérios de inclusão e de exclusão. Os critérios adotados para a inclusão dos materiais foram: relevância, atualidade, artigos publicados em periódicos conhecidos e confiáveis. Utilizaram-se como critérios de exclusão os materiais que não diziam respeito ao propósito deste estudo. Após o refinamento, os artigos escolhidos foram analisados na íntegra.

Além dos dados obtidos para a contextualização do tema em questão, foram selecionados e apresentados neste trabalho alguns estudos práticos já realizados por outros autores a fim de exemplificar a aplicação do parâmetro R&R.

Revisão Bibliográfica

Sistema de Medição

De acordo com o Manual de Referência de Análise dos Sistemas de Medição (MSA) (2002):

“Sistema de Medição é a coleção de instrumentos ou dispositivos de medição, padrões, operações, métodos, dispositivos de fixação, software, pessoal, ambiente e premissas usadas para quantificar a unidade de medição ou corrigir a avaliação da característica sendo medida; o processo completo utilizado para obter medições.” (MSA, 2002, p.5).

Junior e Souza (2008) definem sistema de medição como sendo a forma em que as medições são realizadas, possibilitando a comparação do mensurando com a unidade de medição e fornecendo também o número de vezes juntamente com a fração da unidade de medição que está inserida dentro do mensurando.

Segundo o MSA (2002), um sistema de medição ideal é aquele que fornece apenas medições corretas a todo o momento que é utilizado, o que na prática, é impossível. Junior e Souza (2008) corroboram tal afirmação mencionando que fatores como imperfeições do sistema de medição, limitações do operador e influências das condições ambientais ocasionam erros de medição. Adicionalmente, conforme Slack *et al.* (2006), condições inadequadas ou mau estado de conservação dos equipamentos utilizados podem também contribuir para o aumento da variabilidade do processo.

Para Junior e Sousa (2008), a validade das análises e conclusões sobre um determinado processo depende da confiabilidade dos dados. Logo, é necessário que o procedimento de medição seja bem definido. A obtenção de medições confiáveis exige alguns cuidados, que envolvem o controle das variações e das condições ambientais que possuem maior efeito sobre o respectivo processo. Destaca-se que um processo de medição será confiável se as medições puderem ser reproduzidas por diferentes pessoas, com diferentes equipamentos e em diferentes locais e situações.

Análise do Sistema de Medição

Segundo o MSA (2002), para a análise de um sistema de medição devem-se levar em consideração duas características sobre este: a localização e a dispersão dos dados. A localização refere-se à tendência, estabilidade e linearidade dos dados, enquanto a dispersão está relacionada com a repetibilidade e reprodutibilidade. Estas características são definidas como:

- Tendência: É a diferença entre o valor verdadeiro (valor de referência) e a média das medições observada para uma característica, medições estas feitas sobre uma mesma peça;
- Estabilidade: É a variação total nas medições obtidas com um sistema de medição aplicado sobre o mesmo padrão-mestre ou peças quando medindo uma única característica no decorrer de um período de tempo prolongado;
- Linearidade: É a diferença da tendência ao longo do intervalo de operação esperado (medição) no equipamento. A linearidade pode ser imaginada como a variação da tendência com respeito ao tamanho (medido);
- Repetitividade: É a variabilidade “de um único avaliador”, isto é, a variabilidade associada às medições realizadas por este operador;
- Reprodutibilidade: É a variabilidade “entre avaliadores”, isto é, a variabilidade associada à média das medições de cada avaliador.

Embora tenham sido apresentadas e definidas as características de localização e de dispersão de um sistema de medição, Mast e Trip (2005) afirmam que o método padrão para a avaliação de um

sistema de medição é via análise do parâmetro R&R, que está associada à Repetitividade e a Reprodutibilidade dos dados.

O parâmetro R&R

Segundo Pinheiro *et al.* (2012), o parâmetro R&R é bastante utilizado na indústria com o intuito de verificar a adequabilidade do processo de medição. O R&R do dispositivo de medição é conceituado pelo MSA (2002) como sendo o resultado da variação combinada da repetitividade e da reprodutibilidade ou reprodutividade.

Conforme Montgomery (2004), dois aspectos são importantes para assegurar o controle estatístico da qualidade em um processo de medição: a capacidade do medidor e a capacidade do sistema de inspeção. Mais especificamente, de acordo com Barbosa *et al.* (2014), em um sistema de medição, uma parte da variabilidade total estará associada a variabilidade natural das peças e a outra associada ao erro de mensuração. Isto é:

$$\sigma_{Total}^2 = \sigma_{Peça}^2 + \sigma_{Erro\ de\ Medição}^2 \quad (1)$$

Sendo: σ_{Total}^2 = é a variância total observada; $\sigma_{Peça}^2$ = é a variabilidade natural das peças; $\sigma_{Erro\ de\ Medição}^2$ = é a variabilidade associada aos erros de medição.

Adicionalmente, a seguinte relação é estabelecida:

$$\sigma_{Erro\ de\ Medição}^2 = \sigma_{Repetitividade}^2 + \sigma_{Reprodutibilidade}^2 \quad (2)$$

Portanto, a variabilidade associada ao erro de medição pode também ser dividida em duas partes, uma devido à variabilidade da Repetitividade e outra devido à variabilidade da Reprodutibilidade.

Segundo o MSA (2002), a Repetitividade é definida como a variação das medições obtidas por um mesmo equipamento de medição, utilizado inúmeras vezes por um mesmo avaliador, medindo uma mesma característica da qualidade de uma única peça. Já a Reprodutibilidade é definida como a variação das médias obtidas por diferentes avaliadores, utilizando o mesmo equipamento de medição para medir uma característica da qualidade de uma mesma peça.

Ribeiro e Caten (2012) afirmam que os dois principais métodos estatísticos utilizados para a estimação do parâmetro R&R são: i) o método baseado na Análise de Variâncias com efeitos aleatórios (ANOVA) e ii) o Método da Média e Amplitude, que utiliza os gráficos de controle \bar{X} e R. Ambos os métodos serão descritos mais adiante no texto. De acordo com o MSA (2002), neste tipo de estudo, após obter a estimativa em percentual para o parâmetro R&R, o sistema de medição é classificado conforme apresentado no quadro 1:

Quadro 1: Critérios para classificação de um Sistema de Medição via análise do parâmetro R&R.

R & R (%)	Conclusão
Abaixo de 10%	Sistema de medição geralmente considerado como aceitável.
Entre 10% e 30%	O Sistema de medição pode ser aceito com base na importância de sua aplicação, no custo do aparato de medição, no custo do reparo, etc.
Acima de 30%	Sistema de medição considerado como não aceitável, sendo que todo o esforço deve ser feito para melhorá-lo.

Fonte: Adaptado de MSA (2002).

Método da Análise de Variância (ANOVA)

Segundo Junior e Sousa (2008), a Análise de Variância (ANOVA) é um método estatístico que permite a decomposição da variabilidade total dos dados em uma parte conhecida (associada aos fatores em estudo) e uma parte desconhecida (associada ao erro aleatório ou residual). É importante ressaltar que cada fator em estudo será composto por seus respectivos níveis. Por exemplo, suponha que o fator em estudo seja o fator “marca” e que a marca de um produto possa ser “conhecida” ou “desconhecida”, então tal fator é composto por dois níveis. Mais especificamente, Aaker, Kumar e Day (2001) definem que os níveis são valores ou alternativas possíveis para quantificar ou qualificar um fator, enquanto que os fatores são as variáveis independentes e manipuláveis pelo pesquisador, que podem ser qualitativas ou quantitativas.

Conforme Montgomery e Runger (1993b), em estudos do parâmetro R&R o modelo da ANOVA empregado é de fatores com efeitos aleatórios. Os fatores avaliados são: o Fator Peça e o Fator Operador. Segundo Montgomery (2004), suponha que n peças e p operadores sejam selecionados aleatoriamente para compor os níveis do fator peça e do fator operador. Adicionalmente, cada operador mede cada peça n vezes. Assim, as medidas (i = peça, j = operador, k = medida) podem ser representadas pelo modelo estatístico descrito em (3):

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (3)$$

Onde os parâmetros do modelo listados em (3) são variáveis aleatórias independentes e correspondem respectivamente, a média geral das medições, os efeitos do fator peça, os efeitos do fator operador, o efeito da interação entre o fator peça e o fator operador e o erro aleatório ou não observável. Neste tipo de modelo, conforme Barbosa *et al.* (2014), os parâmetros ou variáveis aleatórias são distribuídos conforme em (4):

$$\begin{aligned} \tau_i &\sim Normal(0, \sigma_\tau^2) \\ \beta_j &\sim Normal(0, \sigma_\beta^2) \\ \tau\beta_{ij} &\sim Normal(0, \sigma_{\tau\beta}^2) \\ \varepsilon_{ijk} &\sim Normal(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (4)$$

Portanto, aplicando propriedades de variância, pode-se concluir que a variabilidade de qualquer observação é representada conforme em (5), onde cada componente é denominado o componente da variância que desejamos estimar:

$$\begin{aligned} VAR(y_{ijk}) &= V(\mu + \tau_i + \beta_j + \tau\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}) \\ VAR(y_{ijk}) &= V(\mu) + V(\tau_i) + V(\beta_j) + V(\tau\beta_{ij}) + V(\varepsilon_{ijk}) \\ VAR(y_{ijk}) &= V(\tau_i) + V(\beta_j) + V(\tau\beta_{ij}) + V(\varepsilon_{ijk}) \end{aligned}$$

Podendo ser escrita como:

$$VAR(y_{ijk}) = \sigma_\tau^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\tau\beta}^2 + \sigma^2 \quad (5)$$

Barbosa *et al.* (2014) afirma que é importante o conhecimento das estimativas dos componentes descritos em (5) para que seja possível estimar o valor do parâmetro R&R e, conseqüentemente, para que a avaliação do sistema de medição possa ser realizada. Conforme Ribeiro Júnior (2012), em estudos do parâmetro R&R, tem-se:

$$\sigma_{Repetitividade}^2 = \sigma^2 \quad (6)$$

Sendo: σ^2 = Componente repetitividade da variância.

$$\sigma_{Reprodutividade}^2 = \sigma_{\beta}^2 + \sigma_{\tau\beta}^2 \quad (7)$$

Sendo: σ_{β}^2 = Variância do operador; $\sigma_{\tau\beta}^2$ = Variância da interação (peça x operador).

Segundo Barbosa *et al.* (2014), o esquema geral da Análise de Variâncias é apresentado na tabela 1, em que P representa o Fator Peça, O o Fator Operador e P x O a interação entre o Fator Peça e o Fator Operador. Dado que n peças e p operadores são selecionadas de forma aleatória e que cada operador mede cada peça r vezes.

Tabela 1: Esquema da Análise de Variância (ANOVA) com interação e efeitos aleatórios

F.V	G.L	S.Q	Q.M	E(QM)	Teste F
P	(n - 1)	SQP	SQP/(n - 1)	$\sigma^2 + r\sigma_{(PxO)}^2$ + $pr\sigma_{\beta}^2$	QMP/QM(PxO)
O	(p - 1)	SQO	SQO/(p - 1)	$\sigma^2 + r\sigma_{(PxO)}^2$ + $nr\sigma_{\beta}^2$	QMO/QM(PxO)
PxO	(n - 1)(p - 1)	SQ(PxO)	SQ(PxO)/(n - 1)(p - 1)	$\sigma^2 + r\sigma_{(PxO)}^2$	QM(PxO)/QMR
Resíduo	np(r - 1)	SQR	SQR/np(r - 1)	σ^2	
Total	npr - 1				

Fonte: Adaptado de Barbosa *et al.* (2014).

Sendo: G.L = Graus de liberdade associados a cada fator; S.Q = Somas de quadrado; Q.M = Quadrados médios ou variâncias; E (QM) = Esperanças de quadrados médio; Teste F = Teste que permite verificar a significância estatística dos fatores, isto é, se existe diferença entre os níveis de cada fator e se existe efeito de interação entre estes.

De acordo com Barbosa *et al.* (2014) e Oliveira *et al.* (2014), depois de realizar a ANOVA, uma forma de encontrar as estimativas de cada componente de variância é através do método de estimação chamado de método dos momentos, que apresenta como vantagem sua simplicidade. Este método compreende em igualar a Esperança do Quadrado Médio de cada termo a seu respectivo Quadrado Médio. Com um pouco de modelagem matemática, encontra-se os resultados através das equações (8), (9), (10) e (11).

$$\hat{\sigma}^2 = QMR \quad (8)$$

$$\hat{\sigma}_{(PxO)}^2 = \frac{QM(PxO) - QMR}{r} \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}_{\beta}^2 = \frac{QMP - QM(PxO)}{pr} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}_{\beta}^2 = \frac{QMO - QM(PxO)}{nr} \quad (11)$$

Ressalta-se que, se for obtida alguma estimativa de componente de variância com o valor negativo, admite-se o seu valor como zero (0). Se o efeito da interação PxO não for significativo (valor-p > α) deve-se refazer a ANOVA sem este termo e os componentes $\hat{\sigma}_{\beta}^2$ e $\hat{\sigma}_{\beta}^2$ serão obtidos subtraindo-se o QMP e QMO do QMR ao invés de QM(PxO), e dividindo por pr e nr, respectivamente.

Barbosa *et al.* (2014) afirma que a estimativa do parâmetro R&R pode ser determinada conforme as equações (12), (13), (14) e (15).

$$R\&R = 6 \hat{\sigma}_{\text{Erro de Medição}} \quad (12)$$

$$R\&R (\%) = 100 \frac{R\&R}{6 \hat{\sigma}_{\text{Total}}} = 100 \frac{\hat{\sigma}_{\text{Erro de Medição}}}{\hat{\sigma}_{\text{Total}}} \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}_{\text{Erro de Medição}} = \sqrt{\hat{\sigma}_{\text{Repetitividade}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{Reprodutividade}}^2} = \sqrt{\hat{\sigma}^2 + [\hat{\sigma}_0^2 + \hat{\sigma}_{(PxO)}^2]} \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}_{\text{Total}} = \sqrt{\hat{\sigma}_{\text{Peça}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{Erro de Medição}}^2} = \sqrt{\hat{\sigma}_P^2 + \{\hat{\sigma}^2 + [\hat{\sigma}_0^2 + \hat{\sigma}_{(PxO)}^2]\}} \quad (15)$$

Segundo ainda o referido autor, o método da ANOVA permite lidar com várias estruturas de experimentos, estimar a variância com mais exatidão e precisão, e também possibilitar a avaliação da interação entre os fatores de interesse.

O MSA (2002) afirma que, embora os valores possam ser calculados manualmente, a maioria das pessoas utiliza um programa de computador para gerar os dados descritos na tabela 1.

Método da Média e Amplitude

De acordo com o MSA (2002), o Método da Média e Amplitude (gráficos de controle \bar{X} e R) possibilita a decomposição da variação do sistema de medição em dois elementos distintos: a repetitividade e a reprodutibilidade. Porém este método não fornece o efeito da interação entre os fatores. Será utilizada a notação S para representar o estimador do desvio padrão, isto é, $S_{(.)} = \hat{\sigma}_{(.)}$.

Para calcular o parâmetro R&R por este método, Junior e Sousa (2008) sugerem os seguintes passos:

- 1) Primeiramente, é preciso determinar a repetitividade, através dos valores de amplitude obtidos por cada operador.
- 2) Posteriormente, calcular o desvio padrão associado à repetitividade (S_{Re}) do processo de medição, conforme cálculo (16):

$$S_{Re} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (16)$$

Sendo: S_{Re} = Estimativa do desvio padrão para as condições de repetitividade; \bar{R} = Estimativa da amplitude média entre todas as amplitudes; d_2 = Constante obtida da tabela 2, obtida em função do número de ciclos e do produto do número de amostras pelo número de operadores.

Tabela 2: Valores da constante d_2 para estimativa do desvio padrão a partir da amplitude média

		M									
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	
n _o	1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18	
	2	1,28	1,81	2,15	2,40	2,60	2,77	2,91	3,02	3,13	
	3	1,23	1,77	2,12	2,38	2,58	2,75	2,89	3,01	3,11	
	4	1,21	1,75	2,11	2,37	2,57	2,74	2,88	3,00	3,10	
	5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	
	6	1,17	1,73	2,09	2,35	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	
	7	1,17	1,73	2,09	2,35	2,55	2,72	2,87	2,99	3,10	
	8	1,16	1,72	2,08	2,35	2,55	2,72	2,87	2,98	3,09	
	9	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	
	10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	
	11	1,15	1,71	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	
	12	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09	
	13	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,71	2,85	2,98	3,09	
	14	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	
	15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	
	>15	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078	

M = número de ciclos; g = número de amostras X número de operadores

Fonte: Adaptado de Junior e Sousa (2008).

- 3) A partir do desvio padrão calculado no passo anterior, estima-se a repetitividade como mostrado em (17):

$$Repe = 5,152 \cdot S_{Re} \quad (17)$$

Sendo: S_{Re} = Estimativa do desvio padrão para as condições de repetitividade; Repe= Faixa de repetitividade para 99% de probabilidade de enquadramento. (A praxe adotada nos ensaios de repetitividade para quantificá-la utiliza a probabilidade de enquadramento de 99%).

- 4) O próximo passo é calcular a amplitude entre os operadores (R_{op}). Esta amplitude é determinada entre a maior e a menor média entre os operadores, conforme (18):

$$R_{op} = \text{Maior Média} - \text{Menor Média} \quad (18)$$

Sendo: R_{op} = Amplitude entre operadores.

- 5) Com a amplitude entre operadores calculada, determinar o desvio padrão para a reprodutibilidade (S_{op}), utilizando o cálculo (19):

$$S_{OP} = \frac{R_{OP}}{d_2} \quad (19)$$

Sendo: S_{OP} = Estimativa do desvio padrão associada à reprodutibilidade; R_{op} = Amplitude entre operadores; d_2 = Constante obtida da tabela 2, obtida em função do número de ciclos e do produto do número de amostras pelo número de operadores.

- 6) A reprodutibilidade contaminada pela repetitividade também deve ser calculada, conforme mostrado em (20):

$$Re\ pro_c = 5,15 \cdot S_{OP} \quad (20)$$

Sendo: S_{OP} = Estimativa do desvio padrão associada à reprodutibilidade; $Re\ pro_c$ = Faixa de reprodutibilidade contaminada para 99% de probabilidade de enquadramento.

- 7) Compensando o efeito da repetitividade, obtém finalmente a reprodutividade, conforme mostrado em (21):

$$Re\ pro = \sqrt{\left[5,15 \cdot \frac{R_{OP}}{d_2}\right]^2 - \left[(5,15 \cdot S_{Re})^2 \cdot \frac{1}{n \cdot r}\right]} \quad (21)$$

Sendo: Repro = Faixa de reprodutibilidade corrigida para 99% de probabilidade de enquadramento; S_{Re} = Estimativa do desvio padrão para as condições de repetitividade; R_{op} = Amplitude entre operadores; n = número de amostras medidas; r = número de operadores envolvidos; d_2 = Constante obtida da tabela 2, obtida em função do número de ciclos e do produto do número de amostras pelo número de operadores.

- 8) O próximo passo é calcular a variação peça a peça. Esta variação traz informações importantes sobre a parcela de variabilidade atribuída ao processo de fabricação. Para o cálculo de VP, inicialmente é necessário calcular as médias de cada peça e determinar a amplitude (R_p). Com esta amplitude, calcular o desvio padrão peça a peça (S_p) conforme em (22):

$$S_p = \frac{R_p}{d_2} \quad (22)$$

Sendo: S_p = Estimativa do desvio padrão associada á variação peça a peça; R_p = Amplitude entre as peças; d_2 = Constante obtida da tabela 2, obtida em função do número de ciclos e do produto do número de amostras pelo número de operadores.

9) Após o cálculo de S_p , a variação peça a peça (VP) é encontrada conforme cálculo (23):

$$VP = 5,152 \cdot S_p \quad (23)$$

Sendo: VP = Faixa de variação peça a peça para 99% de probabilidade de enquadramento; S_p = Estimativa de desvio padrão associada à variação peça a peça.

10) O próximo passo é calcular a variação total do processo (VT), utilizando a equação (24). Este índice engloba a variabilidade do processo de medição e o mesmo é calculado a partir dos desvios de repetitividade (S_{Re}), da reprodutibilidade (S_{OP}) e do processo de fabricação (S_p).

$$S_T = \sqrt{S_{Re}^2 + S_{OP}^2 + S_p^2} \quad (24)$$

11) Assim calcula-se a variação total do processo (VT), conforme em (25):

$$VT = 5,152 \cdot S_T \quad (25)$$

Sendo: VT = Faixa de variação total do processo para 99% de probabilidade de enquadramento; S_T = Estimativa de desvio padrão associada à variação total do processo produção-medição.

12) Finalmente, calcular o parâmetro R&R(%) . Primeiramente, calcula-se seu fator R&R absoluto conforme (26). Com o parâmetro absoluto, calcular o parâmetro R&R(%) , conforme (27).

$$R\&R = \sqrt{Re\ pe^2 + Re\ pro^2} \quad (26)$$

Sendo: R&R = Parâmetro R&R (repetitividade e reprodutibilidade); Repe = Faixa de repetitividade para 99% de probabilidade de enquadramento; Repro = Faixa de reprodutibilidade corrigida para 99% de probabilidade de enquadramento.

$$R\&R(\%) = 100 \frac{R\&R}{VT} \quad (27)$$

Sendo: R&R(%) = Parâmetro R&R expresso em termos relativos em relação á faixa de variação total do processo de produção - medição; VT = Faixa de variação total do processo produção-medição.

Junior e Sousa (2008) afirmam que através do parâmetro R&R(%) calculado em (27), é possível verificar se o processo de medição é aceitável, conforme os critérios para aprovação dos processos de medição descritos no quadro 1. Caso não esteja, Pinheiro *et al.* (2012) afirma que esforços precisam ser realizados para investigar e, principalmente, detectar e minimizar os problemas. Assim, é necessário iniciar ações de caráter investigativo e corretivo para localizar e caso possível eliminar as possíveis causas especiais que originaram tal situação, isto é, as causas especiais que afetaram tais amostras.

De acordo com o MSA (2002), se a repetitividade for maior que a reprodutibilidade, as causas podem ser:

- O instrumento necessita de manutenção;
- O dispositivo de medição pode necessitar de uma revisão de projeto que o torne mais rígido;
- Há excessiva variação na mesma peça.

Ainda, se a reprodutibilidade for maior do que a repetitividade, as causas podem ser:

- O avaliador necessita melhor treinamento tanto no uso como na leitura do dispositivo de medição;
- As calibrações feitas no “mostrador de leituras” do dispositivo de medição não são claras.

Exemplos de aplicações práticas do parâmetro R&R

A critério de informação, nesta seção serão citados e descritos alguns trabalhos encontrados na literatura que utilizaram a análise do parâmetro R&R para avaliar sistemas de medição.

No trabalho de Pedott e Fogliatto (2011), apresentou-se um método para estudos de repetitividade e reprodutividade (R&R), para a verificação da capacidade e do desempenho de sistemas de medição, quando as variáveis de interesse são funcionais, ou seja, caracterizadas por uma coleção de dados que formam um perfil ou uma curva, e não por uma observação individual. Conclui-se que a ANOVA soluciona os problemas originados pelo uso equivocado de métodos para variáveis simples em estudos de R&R onde a variável de resposta é funcional. Adicionalmente, a ANOVA pode ser utilizada facilmente através de planilhas eletrônicas comuns, sem a necessidade de programas computacionais complexos.

Louka e Besseris (2011) analisaram o sistema de medição utilizado em um laboratório acadêmico com o objetivo de verificar as razões das variabilidades provocadas nas máquinas entre os cálculos teóricos e as medições, utilizando a técnica da repetitividade e da reprodutibilidade. Foi realizada comparação entre a ANOVA e o método gráfico, constatando que o sistema de medição possuía muita variabilidade e podia ser caracterizado como incerto. Adicionalmente, verificou que as medições dos operadores eram confiáveis e que o problema estava no sistema de medição ou na calibração da máquina do laboratório. Os resultados obtidos puderam fornecer uma referência útil para profissionais de qualidade em diversos setores.

No trabalho de Pinheiro *et al.* (2012) utilizou o Método da Média e Amplitude para estimar o parâmetro R&R de um sistema de medição de densidade após secagem de corpos-de-prova cerâmicos para piso. Para a avaliação do parâmetro %R&RVT, foram avaliados dois operadores e foram coletados dez corpos de prova do processo de produção. Foram obtidas as medições repetidas para o operador 1 (OP1) para o operador 2 (OP2) conforme tabelas 3 e 4, respectivamente.

Tabela 3: Medições repetidas da densidade após secagem (em g/cm³) de dez corpos-de-prova pelo Operador 1.

OP1	Corpos-de-prova									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medição 1	1,85	1,88	1,87	1,89	1,87	1,90	1,89	1,87	1,90	1,89
Medição 2	1,86	1,91	1,89	1,85	1,86	1,87	1,92	1,87	1,87	1,93
Medição 3	1,87	1,88	1,88	1,86	1,89	1,88	1,91	1,90	1,91	1,90
Medição 4	1,82	1,87	1,88	1,87	1,87	1,92	1,88	1,89	1,88	1,86
Medição 5	1,86	1,89	1,87	1,87	1,86	1,87	1,91	1,87	1,88	1,88

Fonte: Adaptado de Pinheiro *et al.* (2012).

Tabela 4: Medições repetidas da densidade após secagem (em g/cm³) de dez corpos-de-prova pelo Operador 2.

OP2	Corpos-de-prova									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medição 1	1,88	1,91	1,90	1,90	1,87	1,88	1,89	1,91	1,89	1,89
Medição 2	1,90	1,88	1,90	1,91	1,90	1,89	1,89	1,90	1,91	1,87
Medição 3	1,92	1,90	1,91	1,90	1,90	1,91	1,89	1,91	1,90	1,90
Medição 4	1,90	1,91	1,87	1,90	1,89	1,90	1,89	1,86	1,90	1,91
Medição 5	1,86	1,89	1,89	1,89	1,88	1,91	1,91	1,89	1,88	1,89

Fonte: Adaptado de Pinheiro *et al.* (2012).

Para o cálculo do parâmetro %R&RVT, Pinheiro *et al.* (2012) seguiu os passos sugeridos por Junior e Sousa (2008).

Primeiramente, foram obtidos os valores da amplitude de cada operador ao realizar as medidas, conforme descrito na tabela 5.

Tabela 5: Valores de amplitudes (g/cm^3) das medições para cada operador.

OPERADOR	Corpos-de-prova									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Operador 1	0,02	0,04	0,02	0,04	0,03	0,05	0,04	0,03	0,04	0,07
Operador 2	0,06	0,03	0,04	0,02	0,03	0,03	0,02	0,05	0,03	0,04

Fonte: Adaptado de Pinheiro *et al.* (2012).

Com as amplitudes obtidas conforme tabela 5, foram calculados o desvio padrão associado à repetitividade (S_{Re}) do processo de medição e a repetitividade ($Repe$), conforme (28) e (29), respectivamente:

$$S_{Re} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,0365}{2,326} = 0,0157 \text{ g / cm}^3 \quad (28)$$

$$Repe = 5,15 \cdot S_{Re} = 5,15 \cdot 0,0157 = 0,0808 \text{ g / cm}^3 \quad (29)$$

Para a obtenção da reprodutibilidade, foi calculada a amplitude entre os operadores (R_{op}). A amplitude foi obtida através da diferença entre a maior e a menor média dos operadores, conforme mostrado em (30):

$$\begin{aligned} R_{op} &= \text{Maior Média} - \text{Menor Média} \\ R_{op} &= 1,89 - 1,88 = 0,01 \text{ g / cm}^3 \end{aligned} \quad (30)$$

Com a amplitude entre os operadores, foi estabelecido o desvio padrão para a reprodutibilidade, de acordo com (31):

$$S_{OP} = \frac{R_{OP}}{d_2} = \frac{0,01}{2,326} = 0,0043 \text{ g / cm}^3 \quad (31)$$

Calculou-se a reprodutibilidade contaminada pela repetitividade conforme (32):

$$Re\ pro_c = 5,15 \cdot S_{OP} = 5,15 \cdot 0,0043 = 0,022145 \text{ g / cm}^3 \quad (32)$$

Compensando o efeito da repetitividade, de acordo com (33):

$$\begin{aligned} Re\ pro &= \sqrt{\left[5,15 \cdot \frac{R_{OP}}{d_2}\right]^2 - \left[(5,15 \cdot S_{Re})^2 \cdot \frac{1}{n \cdot r}\right]} = \\ Re\ pro &= \sqrt{\left[5,15 \cdot \frac{0,01}{2,326}\right]^2 - \left[(5,15 \cdot 0,0157)^2 \cdot \frac{1}{10 \cdot 2}\right]} = \end{aligned} \quad (33)$$

O valor obtido de dentro da raiz quadrada foi um número negativo. Os autores assumiram que a reprodutibilidade é zero, conforme (34). Diante deste resultado, Pinheiro *et al.* (2012), concluiu que a influência dos operadores sobre o processo de medição não é significativa.

$$Re\ pro = 0 \text{ g / cm}^3 \quad (34)$$

Em seguida, os autores calcularam as médias de cada peça conforme tabela 6. Posteriormente, calcularam a amplitude (R_p), o desvio padrão peça a peça (S_p) e a variação peça a peça (VP), conforme mostrado em (35), (36) e (37), respectivamente:

Tabela 6: Valores das médias de cada peça para cada operador e a média das médias para cada peça em (g/cm^3).

OPERADOR	Corpos-de-prova									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Operador 1	1,85	1,89	1,88	1,87	1,87	1,89	1,90	1,88	1,89	1,89
Operador 2	1,89	1,90	1,89	1,90	1,89	1,90	1,89	1,89	1,90	1,89
Média da peça	1,870	1,895	1,885	1,885	1,880	1,895	1,895	1,885	1,895	1,890

Fonte: Próprio autor. Adaptado de Pinheiro *et al.* (2012).

$$R_p = 1,895 - 1,870 = 0,025 \text{ g / cm}^3 \quad (35)$$

$$S_p = \frac{R_p}{d_2} = \frac{0,025}{2,326} = 0,0107 \text{ g / cm}^3 \quad (36)$$

$$VP = 5,15 \cdot S_p = 5,15 \cdot 0,0107 = 0,055 \text{ g / cm}^3 \quad (37)$$

Neste passo, foram calculadas a variabilidade do processo de medição e do processo de fabricação (S_T) em (38) e a variação total do processo (VT) em (39):

$$S_T = \sqrt{S_{Re}^2 + S_{OP}^2 + S_p^2}$$

$$S_T = \sqrt{0,0157^2 + 0,0043^2 + 0,0107^2}$$

$$S_T = 0,0195 \text{ g / cm}^3 \quad (38)$$

$$VT = 5,15 \cdot S_T$$

$$VT = 5,15 \cdot 0,0195$$

$$VT = 0,1004 \text{ g / cm}^3 \quad (39)$$

Por fim, foi encontrado o R&R(%). Primeiramente foi calculado seu valor absoluto, conforme (40):

$$R\&R = \sqrt{Re\ pe^2 + Re\ pro^2}$$

$$R\&R = \sqrt{0,0808^2 + 0^2} = 0,0808 \text{ g / cm}^3 \quad (40)$$

Com o parâmetro absoluto, foi obtido o R&R(%), como mostrado em (41):

$$R\&R(\%) = 100 \frac{R\&R}{VT}$$

$$R\&R(\%) = 100 \frac{0,0808}{0,1004}$$

$$R\&R(\%) = 80,48\% \quad (41)$$

De acordo com o valor obtido em (41), o parâmetro %R&RVT foi igual a 80,48%. Conforme quadro 1, quando o parâmetro %R&RVT está acima de 30% o processo de medição não é aceitável. Assim, Pinheiro *et al.* (2012) afirma que esforços deverão ser realizados para investigar e, principalmente, detectar e reduzir os problemas.

No trabalho de Barbosa *et al.* (2014), para estimar o parâmetro R&R, foi utilizado o método da ANOVA. Os valores das medições de massa específica aparente após secagem (densidade a seco) para os 10 corpos-de-prova foram os mesmos utilizados no trabalho de Pinheiro *et al.* (2012), ou seja, tabelas 3 e 4. A tabela 7 apresenta os resultados da Análise de Variância realizada pelos autores utilizando o *Minitab* 16.

Tabela 7: Resultados da ANOVA sem a interação Peça x Operador

F.V	G.L	S.Q	Q.M	Teste F	Valor-p
Peça	9	0,005285	0,0005872	2,1117	0,0365*
Operador	1	0,005041	0,0050410	18,128	0,0000*
Resíduo (Repetitividade)	89	0,024749	0,0002781		
Total	99	0,035075			

Fonte: Próprio autor. Adaptado de Barbosa et al. (2014).

Para a obtenção da estimativa do parâmetro R&R, foram realizados os cálculos conforme (42), (43) e (44):

$$\hat{\sigma}_{\text{Erro de Medição}} = \sqrt{0,0002781 + (0,00009526 + 0)} = 0,01932 \quad (42)$$

$$\hat{\sigma}_{\text{Total}} = \sqrt{0,0000309 + [0,0002781 + (0,00009526 + 0)]} = 0,0201064 \quad (43)$$

$$R\&R(\%) = 100 \frac{0,01932}{0,02010} = 96,10\% \quad (44)$$

Como o índice R&R (%) obtido em (44) apresenta valor superior a 30% concluiu-se que o sistema de medição não está adequado. Os autores sugerem que treinamentos sejam oferecidos aos operadores, no intuito de capacitá-los para que realizem de forma correta e eficiente tais medições, adequando o sistema de medição.

Piratelli-Filho *et al.* (2014) avaliou em seu trabalho o desempenho de um Scanner Laser 3D através da aplicação de testes de Repetitividade e Reprodutividade (R&R). Foi utilizado a método da ANOVA com o intuito de analisar os efeitos e estabelecer um índice GRR. Os resultados extraídos desta análise foram comparados com a análise gráfica do desempenho do instrumento. Conclui-se que o teste permitiu determinar as variâncias associadas à repetitividade e à reprodutividade e também um índice R&R, o que tornou a análise mais completa quando comparado com a verificação gráfica da amplitude dos erros médios proposta pelo método da análise gráfica.

Considerações Finais

Através desta revisão de literatura, foram apresentados dois métodos estatísticos que possibilitam a decomposição da variação de um sistema de medição em dois elementos distintos, sendo eles a repetitividade e a reprodutibilidade. O Método da Análise de Variância (ANOVA) é considerado mais completo quando comparado com o Método da Média e Amplitude, pois fornece a interação entre os fatores de interesse, trata qualquer estrutura de um experimento e estima as variâncias mais precisamente. Porém ambos os métodos são considerados úteis para avaliar um sistema de medição, pois ao estimarem em percentual o parâmetro R&R, torna-se possível evidenciar o desajuste em um sistema de medição.

De acordo com os estudos apresentados neste presente artigo, nos sistemas de medição cujo índice R&R apresentou valor superior a 30%, concluiu-se que o sistema de medição não estava adequado e sendo assim, serão necessários procedimentos de caráter investigativo e corretivo a fim de localizar e caso possível eliminar as possíveis causas que desencadearam tal situação. Em um dos estudos, os autores sugerem que sejam oferecidos treinamentos aos operadores para que os mesmos realizem as medições corretamente.

Referências

AAKER, D. A.; KUMAR, V.; DAY, G. S. *Marketing research*. 7ª. ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.

BARBOSA, E.C; PINHEIRO; B.C. A; LIMA, S.C. S; SILVA, C.H.O; NASCIMENTO, M; GONÇALVES, L.C. **Avaliação de um sistema de medição via índice R&R pelo método da Análise de Variância** . Sigmae, Alfenas - MG, 2014.

CHANDRA, M. J. *Statistical Quality Control*. 1ª. ed. Taylor & Francis Group, LLC, 2001.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO). Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/qualidade/>. Acesso em 09 de Abril de 2016 às 10h22min.

JUNIOR, A.A.G; SOUSA, A.R. **Fundamentos de metrologia científica e industrial**. 1ª. ed. Barueri - SP: Manole, 2008.

LOUKA, G. A.; BESSERIS, G. J. *Gauge R&R for an optical micrometer industrial type machine*. 5th International Quality Conference - Center for Quality, 2011.

MAST, J.; TRIP, A.; *Gauge R&R studies for destructive measurements*. Journal of Quality Technology, v. 37, n. 1, p. 40-49, 2005.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Gauge Capability and Designed Experiments: Part II: Experimental Design Models and Variance Component Estimation*, Quality Engineering, Vol. 6, 1993b.

MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MONTGOMERY, D.C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6ª. ed. John Wiley & Sons, Inc., p. 61, 2009.

MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. 5ª. ed. John Wiley & Sons, Inc., 2011.

MSA. **Manual de referência de análises de sistemas de medição**. 3ª. ed. São Paulo: IQA, 2002.

OLIVEIRA, A. S. de; MELLO, C. R. de; FRANCO, C. S.; MARQUES, R. F. de P. V; SILVA, A. M. **Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais**. Revista Agrogeoambiental, v. 6, n. 1, 2014.

PEDOTT, A. H.; FOGLIATTO, F. S. **Estudo de Repetitividade e Reprodutibilidade para dados funcionais**. Enegep, Belo Horizonte - MG, 2011.

PINHEIRO, B.C. A; BARBOSA, E.C, MELLO, M.V. **Análise do parâmetro R&R de um processo de medição de densidade após secagem de corpos-de-prova de revestimento cerâmico para piso**. EMEPRO, Itajubá - MG, 2012.

PIRATELLI-FILHO, A.; ZÚÑIGA, L. D. O.; ARENCIBIA, R. V. **Aplicação de testes de Repetitividade e Reprodutividade (R&R) para verificação de Scanner Laser 3D**. CNMAI, Caldas Novas - GO, 2014.

RIBEIRO JÚNIOR, J. I. **Métodos Estatísticos Aplicados à Melhoria da Qualidade**. 1ª. ed. UFV, 2012.

RIBEIRO, J. L. D; CATEN, C. S.T. **Série Monográfica Qualidade - Controle Estatístico do Processo**. FEENG/UFRGS, Porto Alegre - RS, 2012.

RIBEIRO, M. A. **Metrologia Industrial - Fundamentos da Confirmação Metrológica**. 6ª ed. Tek Treinamento & Consultoria Ltda, 2004.

SANTOS, A.B. **Modelo de referência para estruturar o programa de qualidade seis sigma: proposta e avaliação** (tese de doutorado), 2006.

SLACK, N.; CHAMBERS S.; HARLAND C.; HARRISON A.; JOHNSTON R. **Administração da produção**. 1ª. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2006.