ISSN: 2317-0840

Sensibilidades do Teste de Esfericidade de Bartlett e do Índice de Kaiser-Meyer-Olkin sobre a Adequação da Matriz de Correlações para a Análise de Fatores

Camila Rafaela Gomes Dias[1], Alice dos Santos Ribeiro[1], José Ivo Ribeiro Júnior[1], Luciano Gonçalves Batista[1†]

[1] *Universidade Federal de Viçosa; Centro de Ciências Exatas; Departamento de Estatística; Viçosa – Minas gerais, Brasil.*

Resumo: *Para a análise de fatores, pressupõe-se que haja relação presente na matriz de correlações entre as variáveis. Para avaliar a matriz de correlações, o teste de esfericidade de Bartlett e o índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) são os métodos mais utilizados. Com o objetivo de avaliar as sensibilidades destes dois métodos, foram geradas 42 diferentes matrizes com base em quatro variáveis (Y1, Y2, Y3 e Y4). Pelo teste de esfericidade de Bartlett aplicado às hipóteses* H_0: $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{I}$ *vs.* H_1: $\boldsymbol{\rho} \neq \boldsymbol{I}$, *foi obtido o maior tamanho da amostra (n) que não rejeitou* H_0 *a 5%, a 1%, a 0,5% e a 0,25% de significância. Para o índice KMO, foi obtido apenas o valor n. De acordo com os resultados, o teste de esfericidade de Bartlett foi mais sensível à correlação* r_D *e menos sensível ao nível de significância α e à correlação* r_E, *para rejeitar a hipótese* H_0. *Além disso, foi notória a sua alta dependência do valor n. Assim, o teste de esfericidade de Bartlett é mais conclusivo, não se rejeita* H_0. *Quando* H_0 *é rejeitada, recomenda-se utilizá-lo em conjunto com outros critérios de avaliação da adequação da análise de fatores, especialmente ao nível de significância α = 0,0025. Já os valores do índice KMO não foram influenciados pelos valores de* r_D *e* r_E. *Em média, o seu valor foi de 0,55, independente da matriz* ***R*** *ter sido adequada ou não para a análise de fatores. Por isso, ele não é recomendado.*

Palavras-chave: *Análise de fatores, Correlação, Comunalidade.*

Sensitivities of Bartlett's Sphericity Test and the Kaiser-Meyer-Olkin Index on the Adequacy of the Correlation Matrix for Factor Analysis

Abstract: *For factor analysis, it is assumed that there is a relationship present in the correlation matrix between the variables. To evaluate the correlation matrix, Bartlett's test of sphericity and the Kaiser-Meyer-Olkin index (KMO) are the most used methods. In order to evaluate the sensitivities of these two methods, 42 different matrices were generated based on four variables (Y1, Y2, Y3 and Y4). Using Bartlett's sphericity test applied to the hypotheses H0: ρ = I vs. H1: ρ ≠ I, the largest sample size (n) was obtained that did not reject H0 at 5%, at 1%, at 0.5% and at 0.25% of significance. For the KMO index, only the n value was obtained. According to the results, Bartlett's sphericity test was more sensitive to the rD correlation and less sensitive to the significance level α and the rE correlation, to reject the H0 hypothesis. Furthermore, its high dependence on the value n was notable. Thus, Bartlett's sphericity test is more conclusive, H0 is not rejected. When H0 is rejected, it is recommended to use it in conjunction with other criteria for evaluating the adequacy of the factor analysis, especially at the significance level α = 0.0025. The values of the KMO index were not influenced by the values of rD and rE. On average, its value was 0.55, regardless of whether the R matrix was suitable or not for factor analysis. Therefore, it is not recommended.*

Keywords: *Factor Analysis; Correlation; Communality.*

[†] Autor correspondente: luciano.batista@ufv.br
Manuscrito recebido em: 31/01/2025;revisado em: 21/03/2025; aceito em: 26/03/2025.

Introdução

Para a análise de fatores exploratória, pressupõe-se que haja alguma relação presente na matriz de correlações entre as variáveis avaliadas. Portanto, é a partir do grau dessa relação múltipla que se definirá, como primeiro passo, a viabilidade da aplicação desse método (MINGOTI, 2013).

Se todas as correlações forem baixas ou iguais entre si, denotando que não há possibilidade de agrupar as variáveis (correlações não significativas), deve-se evitar a utilização da análise de fatores. Ela só será apropriada quando as variáveis forem suficientemente correlacionadas umas com as outras, a fim de possibilitar a identificação de fatores representativos. Assim, deverá existir um número substancial de correlações entre as variáveis maiores do que 0,3, mas, principalmente, acima de 0,5, em módulo (HAIR *et al*., 2018).

Desse modo, para avaliar a matriz de correlações entre as variáveis, o teste de esfericidade de Bartlett e o índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) são os métodos mais utilizados. O teste de esfericidade de Bartlett testa a hipótese nula de que a matriz de correlações populacionais ($\boldsymbol{\rho}$) é uma matriz identidade (**I**), isto é, se todas as variáveis se apresentam com correlações nulas. Consequentemente, a rejeição dessa hipótese indica que através da matriz de correlações amostral (**R**) é possível concluir que as correlações a nível populacional também são diferentes de zero, o que torna adequada à análise de fatores (DZIUBAN; SHIRKEY, 1974; HAIR *et al*, 2018).

Já o índice KMO, com valores entre zero e um, é uma medida que associa as correlações simples com as parciais. Correlação simples ou também designadas como correlação amostral de Pearson, mede apenas a relação linear entre duas variáveis. Ela pode ser expressa por: $r = \Sigma[(xi - \bar{x})(yi - \bar{y})] / \sqrt{[\Sigma(xi - \bar{x})^2 * \Sigma(yi - \bar{y})^2]}$

Já a correlação parcial é a correlação entre duas variáveis aleatórias quando as outras p-2 variáveis são consideradas como constantes (mingot 2005). Sua equação pode ser definida como: Q = DR^1D, com $D = [(\text{diag } R^{-1})1/2]^{-1}$

Como regra geral para a interpretação do índice KMO, valores mais próximos de 1 numa escala de 0 a 1, indica ser viável a análise de fatores (LORENZO-SELVA *et al*., 2011; HAIR *et al*., 2018). Quando as correlações parciais estão próximas de zero, o coeficiente KMO está próximo de 1, sendo que quando maior ou igual a 0,8, indica um bom ajuste do modelo fatorial (MINGOTI, 2005; RENCHER, 2002).

Devido a diferentes critérios de recomendações do teste de esfericidade de Bartlett e do índice KMO, como também, uma ausência de indicação de qual é o melhor método para avaliar a adequação da matriz **R** para a análise de fatores, o objetivo deste artigo consiste em comparar os dois métodos quanto a sensibilidade em detectar a viabilidade da análise de fatores.

Revisão de Literatura

Teste de Esfericidade de Bartlett

O teste de esfericidade de Bartlett testa a hipótese de que a matriz populacional de correlações ($\boldsymbol{\rho}$) é uma matriz identidade (**I**) (BARTLETT, 1950), como segue:

$$H_0: \boldsymbol{\rho} = \mathbf{I} \textit{ vs. } H_1: \boldsymbol{\rho} \neq \mathbf{I}.$$

A estatística do teste, sob H_0 e assintoticamente, é baseada na distribuição de qui-quadrado como sendo uma função do tamanho da amostra (n), do número de variáveis (p) e do determinante da matriz amostral de correlações (**R**), como segue:

$$\chi^2_{cal} = -\left(n - 1 - \frac{2p+5}{6}\right)\ln|R|.$$

Se $\chi^2_{cal} \geq \chi^2_{\alpha, \frac{p(p-1)}{2}}$, rejeita-se H_0, sendo: $\chi^2_{\alpha, \frac{p(p-1)}{2}}$ = valor da distribuição qui-quadrado com $\frac{p(p-1)}{2}$ graus de liberdade que deixa uma probabilidade α na extremidade da cauda à direita.

Índice de Kaiser-Meyer-Olkin

O índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) é uma medida de adequação da amostra (KAISER, 1970). O valor do índice KMO modificado que compara as correlações simples com as parciais é obtido por:

$$KMO = \frac{\sum_{w \neq w'} r^2_{ww'}}{\sum_{w \neq w'} r^2_{ww'} + \sum_{w \neq w'} r^2_{ww'.x}}, \text{para } w \neq w' \ (w, w' = 1, 2, ..., p),$$

Em que:

$r_{ww'}$ = correlação simples amostral entre as variáveis Y_w e $Y_{w'}$; e

$r_{ww'.x}$ = correlação parcial amostral entre as variáveis Y_w e $Y_{w'}$ ajustada para as demais variáveis representadas pela letra x.

O índice KMO varia de zero a um. Valores próximos de zero indicam que a análise de fatores pode não ser adequada, pois as correlações entre as variáveis são consideradas fracas. Já os valores próximos de um consideram adequada a utilização desse método.

Para Mingoti (2005), valores do índice KMO menores que 0,5 são indicativos de que a análise de fatores será inadequada. Já Hair *et al*. (2018) sugere valores superiores a 0,5 para considerar a análise de fatores satisfatória. Schreiber (2021) aponta que, embora não haja testes estatísticos para o índice KMO, a análise de fatores pode ser classificada como boa ou ótima se o seu valor for maior do que 0,8 ou 0,9.

Metodologia

Matrizes de Correlações

Para realizar uma Análise Fatorial (AF), é necessário estimar a partir de um conjunto de dados a estrutura de interdependência das variáveis, que pode ser representada pela matriz de correlação (ρ) ou pela matriz de covariância (Σ).

Este estudo teve como objetivo construir essa estrutura de interdependência a partir da determinação teórica das matrizes p com base em critérios previamente definidos. Com isso, foi possível posteriormente realizar a AF e avaliar o desempenho do teste de esfericidade de Bartlett e do índice KMO.

Para tanto, a matriz amostral de correlações de ordem 4x4 e simétrica (**R**) foi definida a priori a partir da suposição de quatro variáveis (Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4) de modo que:

$$R=\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & 1 \end{bmatrix}$$

Como se pode observar, a matriz amostral de correlações 4x4 apresenta, na diagonal, o valor 1, que confere a correlação de uma variável com ela mesma. E fora da diagonal, as correlações entre Y_1 e Y_2, entre Y_1 e Y_3, entre Y_1 e Y_4, entre Y_2 e Y_3, entre Y_2 e Y_4 e entre Y_3 e Y_4.

E, para a sua composição, foi utilizado o seguinte critério: $r_{12}=r_{21}=r_{34}=r_{43}>r_{13}=r_{14}=r_{23}=r_{24}$.

O objetivo foi estabelecer graus de relações distintos entre quatro variáveis (Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4), de maneira que elas pudessem ser representadas, preferencialmente, por dois fatores comuns (fatores) (F_1 e F_2), caso a análise de fatores fosse realizada, de modo que F_1 representasse as variáveis Y_1 e Y_2 e, o F_2, as variáveis Y_3 e Y_4, conforme os seguintes modelos fatoriais:

$$Y_1-\mu_1=\gamma_{11}F_1+\gamma_{12}F_2+\varepsilon_1;$$

$$Y_2-\mu_2=\gamma_{21}F_1+\gamma_{22}F_2+\varepsilon_2;$$

$$Y_3-\mu_3=\gamma_{31}F_1+\gamma_{32}F_2+\varepsilon_3; \text{ e}$$

$$Y_4-\mu_4=\gamma_{41}F_1+\gamma_{42}F_2+\varepsilon_4.$$

sendo:

μ_w = média populacional da variável Y_w (w = 1, 2, 3 e 4);
γ_{wj} = carga fatorial que se refere ao grau de relação linear entre a variável Y_w (w = 1, 2, 3 e 4) e o fator comum F_j (j = 1 e 2);
ε_w = fator específico associado à variável Y_w (w = 1, 2, 3 e 4).

Consequentemente, as correlações $r_{12}, r_{21}, r_{34} e r_{43}$ foram definidas como as que ocorrem dentro (r_D) dos dois fatores e, as correlações r_{13}, r_{14}, r_{23} e r_{24}, como as que ocorrem entre eles (r_E). Assim, tem-se:

$$r_{12}=r_{21}=r_{34}=r_{43}=r_D;$$

$$r_{13}=r_{14}=r_{23}=r_{24}=r_E.$$

Isso significa que a matriz amostral de correlações entre as quatro variáveis (Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4) foi definida por:

$$R=\begin{bmatrix} 1 & r_D & r_E & r_E \\ r_D & 1 & r_E & r_E \\ r_E & r_E & 1 & r_D \\ r_E & r_E & r_D & 1 \end{bmatrix}.$$

No presente trabalho, foram constituídas 42 matrizes amostrais de correlações (**R**) entre as variáveis Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4, conforme as definições dos seis valores de r_E hierarquizados dentro dos respectivos sete valores de r_D (Tabela 1).

Tabela 1: Correlações r_E (r_{13}, r_{14}, r_{23} e r_{24}) presentes nas 42 matrizes (**R**) avaliadas com as correlações r_D (r_{12} e r_{34}) iguais a 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8 e 0,9, respectivamente.

	r_D						
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
r_E	0	0	0	0	0	0	0
	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36
	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45

Fonte: dos autores (2025).

Assim, para $r_D=0{,}3$ e $r_E=0$ a matriz amostral R é dada por:

$$R=\begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}3 \\ 0 & 0 & 0{,}3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Enquanto que $r_D=0{,}3$ e $r_E=0{,}03$ a matriz amostral R é dada por:

$$R=\begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 & 0{,}03 & 0{,}03 \\ 0{,}3 & 1 & 0{,}03 & 0{,}03 \\ 0{,}03 & 0{,}03 & 1 & 0{,}3 \\ 0{,}03 & 0{,}03 & 0{,}3 & 1 \end{bmatrix}.$$

E assim foram determinadas as 42 matrizes de correlações conforme a tabela 1 e os critérios definidos *a priori*.

Quanto maior a r_D e maior a diferença na comparação $r_D>r_E$, maiores as comunalidades das variáveis Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4 associadas aos fatores F_1 e F_2 e maiores as diferenças nas comparações das cargas fatoriais de F_1 e F_2 ($\gamma_{11}>\gamma_{12}$, $\gamma_{21}>\gamma_{22}$, $\gamma_{31}<\gamma_{32}$ e $\gamma_{41}>\gamma_{42}$, respectivamente, sendo:

$$h_1^2=\gamma_{11}^2+\gamma_{12}^2;$$

$$h_2^2=\gamma_{21}^2+\gamma_{22}^2;$$

$$h_3^2=\gamma_{31}^2+\gamma_{32}^2;$$

$$h_4^2=\gamma_{41}^2+\gamma_{42}^2.$$

Em que:
h_w^2 = comunalidade ou proporção da variância da variável Y_w explicada pelos fatores F_1 e F_2 (w = 1, 2, 3 e 4). E, quanto maior h_w^2, maior a viabilidade da análise de fatores.

Teste de Esfericidade de Bartlett

O teste de esfericidade de Bartlett foi aplicado para testar as hipóteses H_0: $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{I}$ *vs*. H_1: $\boldsymbol{\rho} \neq \mathbf{I}$, com nível de significância de $\alpha = 0{,}05$, $\alpha = 0{,}01$, $\alpha = 0{,}005$ e $\alpha = 0{,}0025$, cujos respectivos valores de qui-quadrado com seis graus de liberdade são, respectivamente, iguais a: 12,59, 16,81, 18,55 e 20,25.

Para realizar o teste de esfericidade de Bartlett a cada uma das 42 matrizes de correlações amostrais 4x4 (**R**), foram considerados diferentes valores de n, variando de 5 a 110, com o objetivo de determinar o maior valor de n que não rejeitasse H_0 a 5%, 1%, 0,5% e 0,25%, respectivamente.

Como exemplo, considere a matriz amostral de correlações (R_1), com dimensões 4x4, no software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM,2024) versão 4.3.1 foram utilizados os seguintes comandos:

```
Y = c(1, 0.3, 0, 0, 0.3, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0.3, 0, 0, 0.3, 1)

R1 = matrix(data = Y, nrow = 4, ncol = 4)
```

Para o teste de esfericidade de Bartlett, considerando n = 5, foi utilizado o pacote psych (REVELLE, 2020), com o seguinte comando:

```
cortest.bartlett(R1, n = 5)

$chisq
[1] 0.3458058

$p.value
0.9992428

$df
[1] 6
```

O resultado encontrado foi o p-valor.

Esse procedimento foi realizado de n = 5 até o maior valor de n que não rejeitasse H_0 para os quatro níveis de significância citados anteriormente.

Índice de Kaiser-Meyer-Olkin

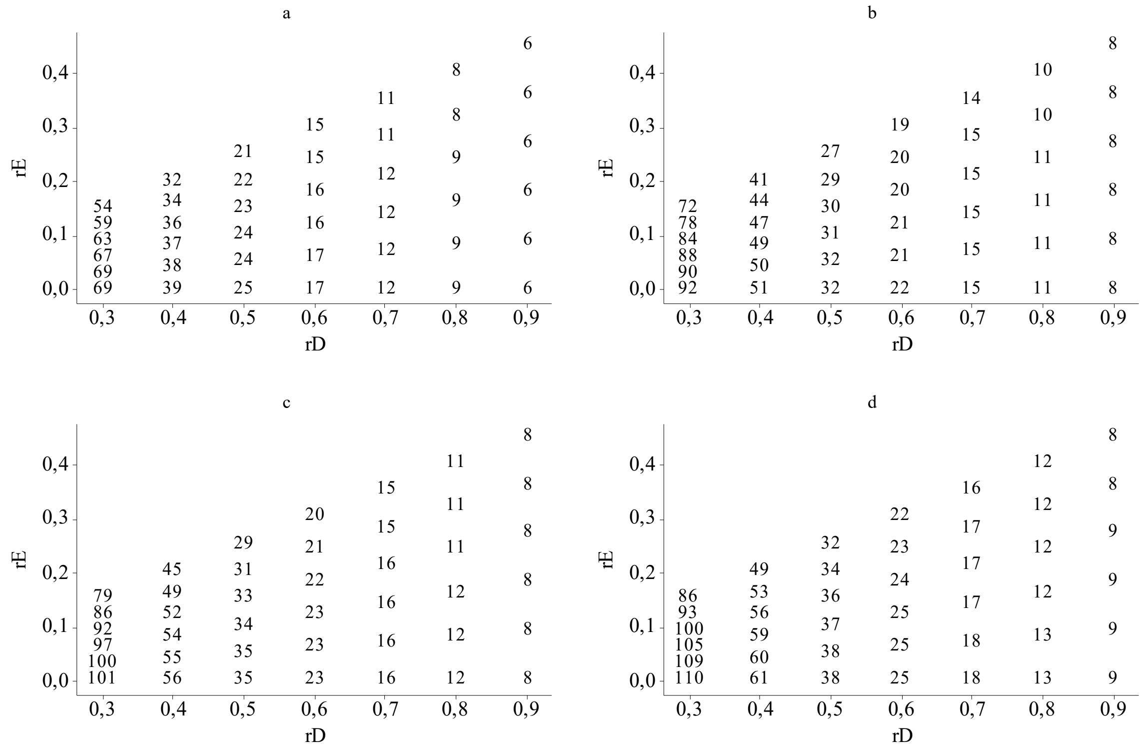
O índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) foi calculado para cada uma das 42 matrizes de brilho. Dessa forma, obtivemos 42 valores do índice KMO, por meio do comando KMO(R1).

Resultados e Discussão

Teste de Esfericidade de Bartlett

Independente da matriz amostral de correlações (**R**) e do nível de significância (α), ocorreu, sempre, a rejeição da hipótese H_0: $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{I}$ pelo teste de esfericidade de Bartlett. O que variou, foi o tamanho da amostra (n) para que essa conclusão se manifestasse (Figura 1).

Figura 1: Maior valor n que não rejeita a hipótese H0 pelo teste de esfericidade de Bartlett das matrizes amostrais de correlações (R) com as respectivas combinações entre rD e rE, a 5% (a), a 1% (b), a 0,5% (c) e a 0,025% (d) de significância.



Fonte: Dos autores (2025).

De acordo com a Figura 1, o maior valor n que não rejeita H_0 diminuiu com o aumento do r_D e com os aumentos do α e do r_E associados, principalmente, ao intervalo $0{,}3 \leq r_D \leq 0{,}6$. Já para o intervalo $0{,}7 \leq r_D \leq 0{,}9$, os efeitos de α e r_E foram desprezíveis. Isso significa que o teste de esfericidade de Bartlett foi mais sensível à correlação entre as variáveis que foram agrupadas em um mesmo fator comum (r_D) para rejeitar a hipótese H_0. Por outro lado, ele foi pouco sensível ao nível de significância ($0{,}0025 \leq \alpha \leq 0{,}05$) e às correlações entre as variáveis de diferentes fatores (r_E).

Por outro lado, foi notória a dependência do teste de esfericidade de Bartlett do valor n para rejeitar H_0. Para matrizes de correlações boas para a análise de fatores ($0{,}7 \leq r_D \leq 0{,}9$), foram necessários baixos valores ($9 \leq n \leq 19$). E, para outras matrizes ($0{,}3 \leq r_D \leq 0{,}6$), os valores foram maiores ($16 \leq n \leq 111$) (Figura 1). Porém, em se tratando de uma análise de fatores, tamanhos amostrais de até 111 observações são bastante comuns. Assim, em muitas vezes, poderia haver a rejeição de H_0 em detrimento de matrizes de correlações não adequadas, tecnicamente, por esse teste.

Como o teste de esfericidade de Bartlett foi muito sensível ao valor n e pouco sensível ao nível de significância α, a sua recomendação se dá, exclusivamente, quando não se rejeita a hipótese H_0. Caso contrário, recomenda-se, adicionalmente, uma análise subjetiva da matriz **R** para verificar se há, mesmo, viabilidade para a análise de fatores. Mesmo assim, ao nível de significância α = 0,0025.

Consequentemente, como o teste de esfericidade de Bartlett apresentou diferenças em função da variação da comunalidade, recomenda-se, também, como outra referência para utilizar a análise de fatores de maneira mais representativa da realidade das variáveis estudadas, analisar as comunalidades das variáveis avaliadas.

Dziuban e Shirkey (1974) também fizeram as mesmas conclusões. De acordo com eles, se a hipótese H_0 não for rejeitada pelo teste de esfericidade de Bartlett, a matriz de correlações poderá ser interpretada, satisfatoriamente, como uma matriz de variáveis independentes e não precisará de nenhuma análise adicional. Caso contrário, não haverá garantia de que as correlações tenham magnitudes consideradas, tecnicamente, adequadas. Isto porque o aumento do n aumenta a probabilidade de rejeição de H_0.

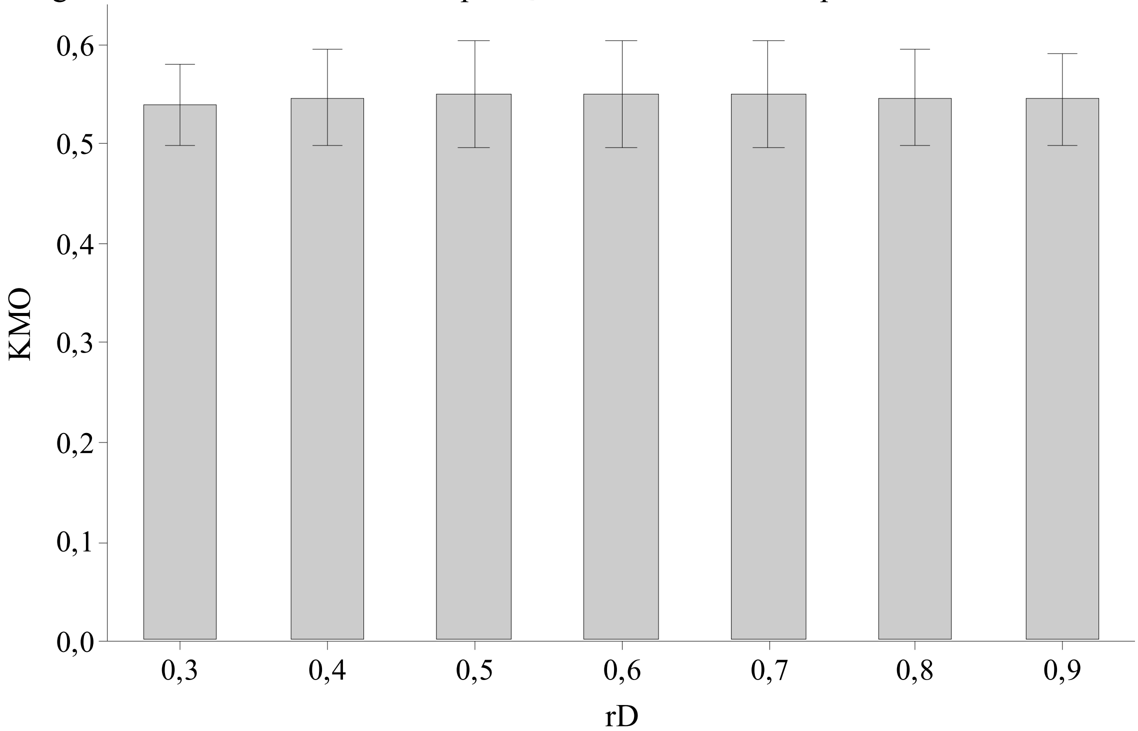
Na mesma linha, Tabachnick e Fidell (2019) afirmaram que o teste de esfericidade de Bartlett é muito sensível em rejeitar a hipótese de que as correlações sejam iguais a zero. Por causa dessa sensibilidade, principalmente, em função do n, é provável que ele acuse significância quando aplicado em amostras grandes, mesmo que as correlações venham a ser consideradas muito baixas.

Índice de Kaiser-Meyer-Olkin

Os valores do índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) não variaram em função das variações dos valores de r_D e r_E presentes nas 42 matrizes amostrais de correlações (**R**). Em média, o valor do índice KMO foi igual a 0,55, independente se a matriz **R** foi boa ou não para a análise de fatores. De acordo com Sharma (1996), essa média caracteriza que todas as análises de fatores seriam classificadas como ruins. Entretanto, isso não seria verdade quando realizadas com base em algumas matrizes (Figura 2).

De acordo com os resultados, o índice KMO foi totalmente insensível à variação das correlações presentes nas 42 matrizes avaliadas. Como se pode observar, o seu valor não aumentou com o aumento da relação entre as variáveis (Figura 2). Por isso, não se recomenda o seu uso. Muito menos, para classificar a qualidade da análise de fatores.

Figura 2: Médias do índice KMO por r_D de acordo com os respectivos valores de r_E.



Fonte: os autores (2024).

Portanto, o índice KMO não conseguiu diferenciar as matrizes em termos de viabilidade para a aplicação da análise de fatores, independentemente se as comunalidades foram baixas ou altas. E como as comunalidades estão relacionadas com a qualidade da análise de fatores, conclui-se, novamente, que o índice KMO não é um bom critério para essa avaliação.

Por outro lado, Dziuban e Shirkey (1974) concluíram que o índice KMO aumenta com os aumentos do número de variáveis, do n e do nível geral de relação entre as variáveis, e com a diminuição do número de fatores. Apesar disso, eles não recomendaram a sua utilização sem antes realizar uma análise subjetiva e técnica da matriz **R**.

Conclusões

O teste de esfericidade de Bartlett é muito robusto em validar a adequação da análise de fatores e por isso é recomendado, quando acusar este resultado, a ser utilizado conjuntamente com outros critérios de adequação e a 0,25% de significância.

O índice KMO não é sensível e nem honesto em validar a adequação da análise de fatores e por isso não é recomendado.

Referências Bibliográficas

BARTLETT, M. S. Tests of significance in factor analysis. **British Journal of Psychology**, v. 3, p. 77-85, 1950.

DZIUBAN, C. D.; SHIRKEY, E. C. When is a correlation matrix appropriate for factor analysis? Some decision rules. **Psychological Bulletin**, v. 81, p. 358-361, 1974.

HAIR, J. F.; BLACK, W. C.; BABIN, B. J.; ANDERSON, R. E. **Multivariate data analysis**. 8th ed. Cengage, 2018.

KAISER, H. F. A second generation little jiffy. **Psychometrika**, v. 35, p. 401-416, 1970.

LORENZO-SEVA, U.; TIMMERMAN, M. E.; KIERS, H. A. The hull method for selecting the number of common factors. **Multivariate behavioral research**. V. 46, p. 340-364, 2011.

MINGOTI, S. A. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada – uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2013.

REVELLE, W. **Procedures for psychological, psychometric, and personality research.** R package version 1.9.12.31, 2020.

SCHREIBER, J. B. Issues and recommendations for exploratory factor analysis and principal component analysis. **Research in Social and Administrative Pharmacy**. v. 17, p. 1004-1011, 2021.

SHARMA, S. **Applied multivariate techniques**. New York: John Wiley & Sons, 1996.