

Distribuição generalizada de valores extremos: um estudo aplicado à precipitação máxima na cidade de Belo Horizonte

Vinicius Silva Begnami^{1†}, Luciano Goncalves Batista¹, Samantha Gouvêa Oliveira¹, Paulo César Emiliano¹, Kamila Andrade de Oliveira²

¹Universidade Federal de Viçosa; Centro de ciências agrárias; Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria; Viçosa – Minas Gerais, Brasil.

²Universidade Federal do Maranhão; Centro de ciências agrárias; Departamento de engenharia agrícola; Chapadinha – Maranhão, Brasil.

Resumo: Diversos fenômenos vêm sendo estudados, fazendo-se previsões para seus valores médios. Porém, em alguns fenômenos, é mais interessante estudar seus valores extremos, como, por exemplo, resistência de uma barragem, umidade do ar, velocidade do vento, dentre outros. Com isso, estudos voltados a encontrar distribuições assintóticas de valores extremos vêm sendo realizados com o intuito de obter uma distribuição que não dependa da distribuição amostral. Dessa forma, desastres nos mais diversos setores podem ser evitados. Neste trabalho, foram modelados dados de precipitação diária entre 01/01/1970 e 31/12/2024 da cidade de Belo Horizonte. Foram selecionadas as precipitações máximas de cada ano, contabilizando 55 observações. O conjunto de dados utilizado foi obtido no Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP). A Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV) foi ajustada para obter estimativas do nível de retorno para precipitações extremas a curto, médio e longo prazo, ou seja, 10, 25, 50 e 100 anos. Os parâmetros de localização, escala e forma da GEV foram estimados por meio do método da máxima verossimilhança, porém, devido à não linearidade das equações, foi necessário o uso do método de Newton-Raphson. Os resultados mostraram que é esperado que o nível de precipitação atinja 132 mm em 10 anos, 156 mm em 25 anos, 175 mm em 50 anos e 194 mm em 100 anos. Diante do exposto, políticas públicas devem ser tomadas para evitar inundações, deslizamentos, epidemias, prejuízos nos setores industriais, agrícolas e pecuária para a capital mineira e cidades vizinhas.

Palavras-chave: Modelagem; Retorno; Chuva; Previsão climática.

Introdução

Os fenômenos naturais, em muitos casos, apresentam características previsíveis e podem ser modelados estatisticamente (Levy, 2022). No entanto, eventos raros, como temperaturas extremas, precipitações excessivas, secas, ventos intensos, incêndios florestais, umidade extrema e variações significativas no nível das marés, demandam atenção especial. Esses extremos climáticos levantam alertas sobre a necessidade de enfrentamento e adaptação a eventos climáticos extremos, devido ao impacto significativo que podem causar na vida humana, no meio ambiente, na agricultura e na pecuária (Aghakouchak *et al.*, 2020; Kunkel *et al.*, 2020; Fowler *et al.*, 2021; Razavi *et al.*, 2020; Wasko *et al.*, 2021).

Entre 1995 e 2019, o Brasil registrou um prejuízo econômico estimado em R\$ 333,36 bilhões, dos quais R\$ 303,27 bilhões foram decorrentes de eventos climáticos relacionados ao excesso ou à escassez de chuva. O setor agrícola sofreu perdas de aproximadamente R\$ 149,82 bilhões, com Minas Gerais ocupando o quarto lugar entre os estados mais impactados, acumulando R\$ 13,5 bilhões em prejuízos. Já a pecuária contabilizou danos de R\$ 55,72 bilhões, com Minas Gerais novamente em destaque, sendo o segundo estado mais afetado, com perdas de R\$ 9,9 bilhões (Mundial, 2020).

[†]Autor correspondente: vinicius.begnami@ufv.br

Manuscrito recebido: 29/01/2025; revisado: 25/02/2025; aceito: 14/03/2025.

Belo Horizonte, com uma população estimada em mais de 2 milhões de habitantes distribuídos em uma área de 331,354 km², é o sexto município mais populoso do Brasil segundo o IBGE (2024). A cidade destaca-se por suas principais atividades econômicas, que incluem mineração, agricultura e setores industriais. Sua topografia, marcada por rios, córregos e barrancos acidentados, contribui para um histórico significativo de deslizamentos, enchentes e inundações ao longo de seus 127 anos (Drumond *et al.*, 2023). Em 2020, a Secretaria Municipal de Política Urbana (SMPU) identificou 144 áreas com alto risco de inundações e projetou um aumento de 60% nesse número até 2030 (Prefeitura de Belo Horizonte, 2020).

De acordo com Beijo e Avelar (2011), a distribuição de valores extremos (GEV) é uma distribuição de probabilidade amplamente empregada para caracterizar o comportamento de observações que se afastam significativamente da média, isto é, valores extremos.

A modelagem estatística de eventos extremos de precipitação busca fazer previsões acerca do volume pluviométrico esperado em um determinado intervalo de tempo. Além disso, é importante para análise de risco, detecção de tendências e embasamento na tomada de decisões (Bezerra *et al.*, 2023; Caldeira *et al.*, 2015).

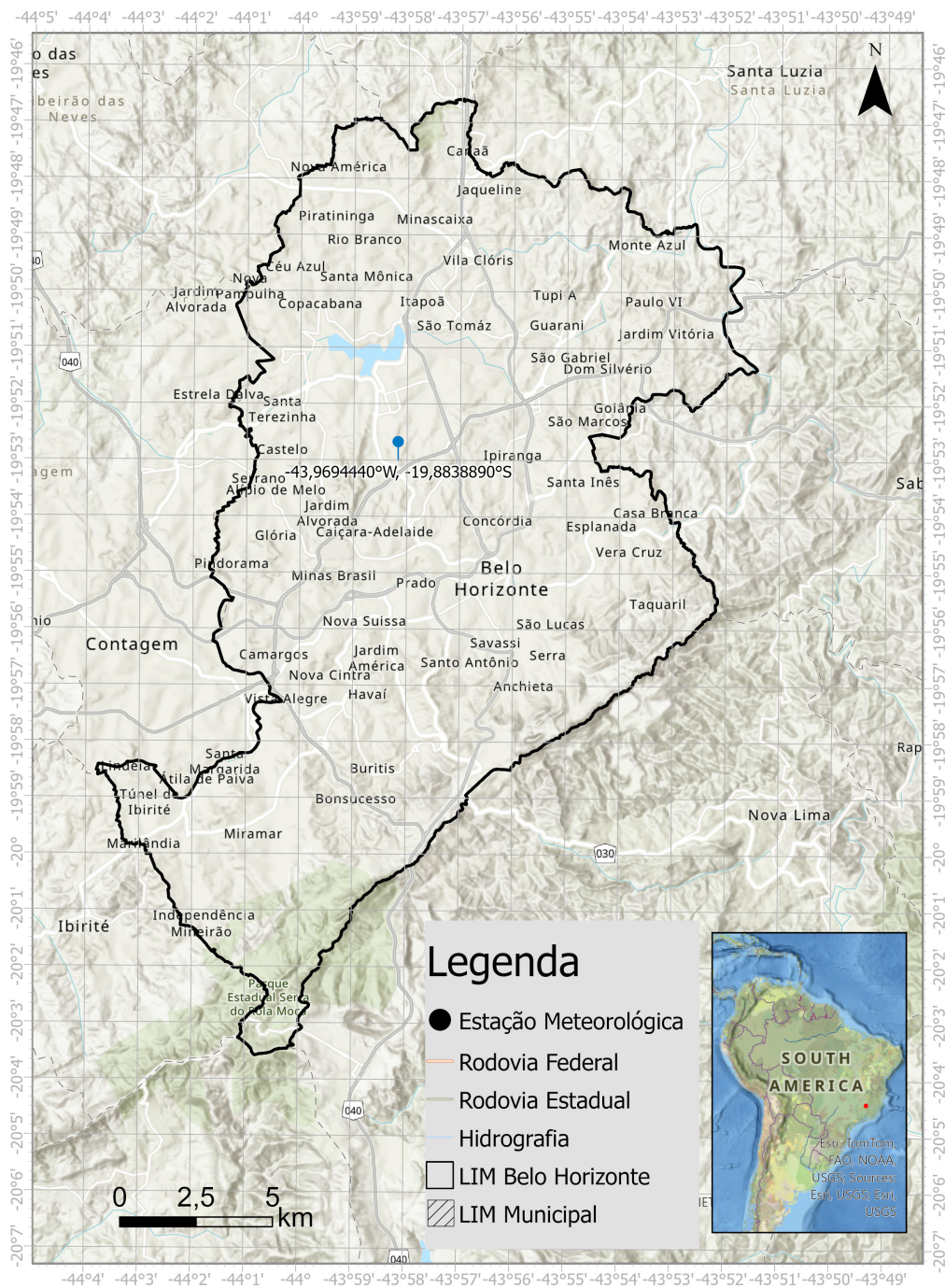
O presente trabalho tem como objetivo modelar dados de precipitação máxima da capital mineira, Belo Horizonte, por meio da GEV, considerando o período de 1970 a 2024. Os parâmetros da distribuição foram estimados pelo método da máxima verossimilhança, utilizando o método de Newton-Raphson para obter as estimativas. Os resultados indicam um aumento na intensidade das precipitações extremas, podendo chegar a 193 mm em 100 anos. Diante do exposto, é de suma importância que medidas preventivas sejam implementadas visando mitigar os impactos provocados pelas precipitações extremas.

Materiais e métodos

Caracterização da área de estudo

A capital de Minas Gerais, Belo Horizonte, com seus 331,354 m² de extensão territorial foi construída na zona de transição entre os biomas Mata Atlântica e Cerrado, localizando-se nas coordenadas 19°54'46.7928" S e 43°56'27.3588" W. Apesar de ser uma cidade com apenas 127 anos, o que a coloca como a sexta capital de um estado brasileiro mais recentemente criada, apresenta diversos problemas socioambientais. As pressões antrópicas e impactos ambientais relacionadas à expansão urbana vêm à tona quando efetuamos uma análise profunda da cidade, sendo a mesma construída em cima dos rios e córregos que por ali perpassam, conforme pode-se ver na Figura 1.

Figura 1: Localização da área de estudo, município de Belo Horizonte, Minas Gerais.



Fonte: dos autores (2025).

Caracterização dos dados

Para a análise, foi selecionado o conjunto de informações que corresponde às precipitações diárias (em mm) registradas na cidade de Belo Horizonte no período de 01/01/1970 a 31/12/2024. Os dados utilizados neste estudo foram obtidos no Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP) do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET, 2025).

Dos 365 (ou 366 para anos bissextos) dados diários disponíveis anualmente, foram obtidas as precipitações máximas anuais, resultando em um total de 55 observações, sendo uma para cada ano.

Para dados anuais, Cai e Hames (2010), indicam que é necessária uma amostra de tamanho mínimo 40 para que as estimativas dos parâmetros da GEV obtidas por máxima verossimilhança sejam confiáveis. Por outro lado, Roslanv *et al.* (2020), consideram o tamanho mínimo ideal como sendo 50, afirmando que o resultado se tornará incerto se a quantidade de dados for inferior a este valor. Em qualquer dos dois cenários, o tamanho amostral aqui utilizado ($n = 55$) supera o valor mínimo amostral necessário para que se tenha confiança nas estimativas obtidas.

Testes estatísticos utilizados

Para verificar a aleatoriedade e a independência, foi utilizado o teste de sequência (*runs test*) (Wald e Wolfowitz, 1940) e o teste Ljung-Box (Ljung e Box, 1978), respectivamente. O teste de Kolmogorov-Smirnov (Kolmogorov, 1933) foi utilizado para verificar a adequação da distribuição GEV aos dados. Por fim, foi realizado o teste de raiz unitária (teste de Dickey-Fuller) (Dickey e Fuller, 1979) para verificar a existência de alguma tendência determinística e/ou aleatória.

Todas as rotinas computacionais foram desenvolvidas no *software* R versão 4.4.2 (R, 2024). Além dos pacotes existentes na base do R, foram utilizados os seguintes pacotes: *dplyr* e *tidyverse* para a manipulação dos dados, *tseries* para os testes Dickey-Fuller (`adf.test()`) e de sequência (`runs.test()`) e o *ggplot2* para confecção dos gráficos. Os testes de Ljung-Box e Kolmogorov-Smirnov foram computados pelas funções `Box.test()` e `ks.test()`, respectivamente, nativa do R base.

Estimação dos parâmetros e do nível de retorno

A distribuição Generalizada de Valores Extremos, proposta por Jenkinson (1955), é definida pela seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x|\xi, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}_+, \quad (1)$$

em que, (ξ, μ, σ) representam os parâmetros de forma, posição e escala, respectivamente, com $\xi \in \mathbb{R}^*$, $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma \in \mathbb{R}_+^*$, além disso, $a_+ = \max\{0, a\}$.

O suporte da distribuição varia conforme o valor do parâmetro de forma ξ :

- Se $\xi < 0$, então $x \in (-\infty, \mu - \frac{\sigma}{\xi}]$;
- Se $\xi = 0$, a distribuição corresponde ao caso particular da Gumbel, válida para $x \in \mathbb{R}$;
- Se $\xi > 0$, então $x \in [\mu - \frac{\sigma}{\xi}, +\infty)$.

A GEV combina três tipos de distribuições de valores extremos a depender dos valores do parâmetro de forma. Considerando $\xi < 0$ temos a distribuição de Weibull (Tipo III), e se $\xi \rightarrow 0$ temos a distribuição Gumbel (Tipo I), por fim, se $\xi > 0$ temos a distribuição de Fréchet (Tipo II) (Coles, 2001).

Por meio da função suporte, que corresponde à função log-verossimilhança da GEV, dada na Expressão (2), foram estimados os valores que maximizam a função de verossimilhança dos dados. Devido à não linearidade das equações, as estimativas foram obtidas utilizando o método de Newton-Raphson.

$$\ell(\mu, \sigma, \xi; x) = -n \ln \sigma - (1/\xi + 1) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]_+ - \sum_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]_+^{-1/\xi}. \quad (2)$$

Tais estimativas são utilizadas para calcular o nível de retorno r em z_r anos, dado pela Expressão (3).

$$\hat{z}_r = \hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[(-\ln(1 - r^{-1}))^{-\hat{\xi}} - 1 \right]. \quad (3)$$

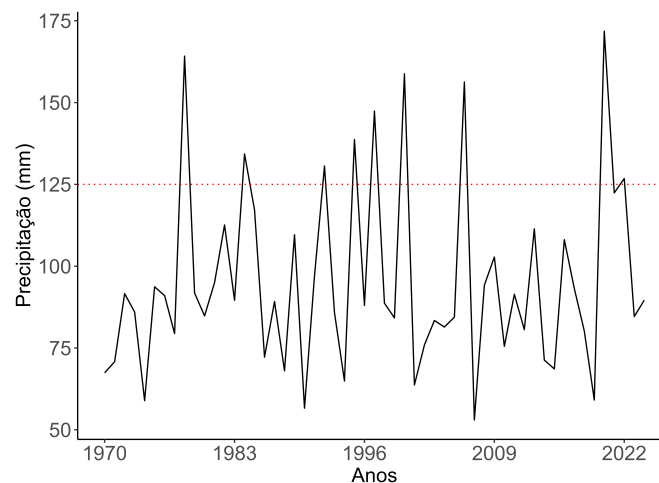
Resultados e discussão

Análise descritiva

Com o intuito de proporcionar uma melhor compreensão dos dados, foi realizada uma análise descritiva. A Figura 2 apresenta a série temporal, na qual é possível observar que, em nove ocasiões, o nível de precipitação superou 125 milímetros, enquanto a maioria das precipitações máximas variou entre 60 e 100 milímetros. Das 55 precipitações máximas analisadas, 4 ocorreram entre os meses de novembro e março, período que concentra cerca de 90% da precipitação anual, conforme apontado por Nunes *et al.* (2018).

Além disso, a Figura 2, revela quatro anos que apresentaram um volume de precipitação fora do padrão (acima de 150 mm), o que pode ser uma representação de chuvas intensas. Os anos em questão foram, respectivamente, 2020 (171,8 mm), 1978 (164,2 mm), 2000 (158,8 mm) e 2006 (156,3 mm).

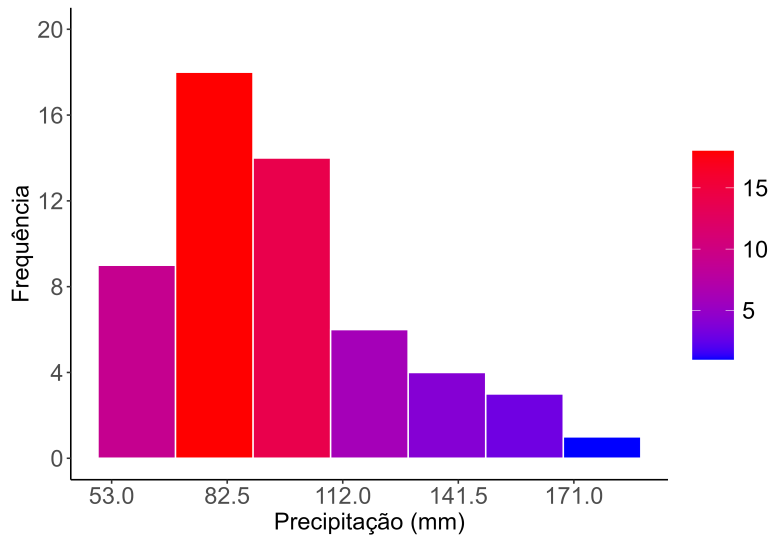
Figura 2: Série temporal da precipitação máxima anual entre os anos de 1970 à 2024.



Fonte: dos autores (2025).

Pelo histograma, Figura 2, observa-se que valores mais extremos (acima de 171 mm) são menos frequentes, enquanto a maior parte das precipitações se concentra entre 53 e 112 mm.

Figura 3: Histograma dos máximos anuais da precipitação entre os anos de 1970 à 2024.



Fonte: dos autores (2025).

Para as análises seguintes adotou-se a primeira premissa da Organização Meteorológica Mundial para estimativas apresentadas em que, no método local, a estimativa ocorre por meio da precipitação máxima observada, preferencialmente aplicada quando há uma série histórica longa (WMO, 2009).

Resultados dos testes estatísticos

A Tabela 1 apresenta o resultado do valor- p para os testes realizados a 5% de significância. Observa-se que os dados estão adequados para análise via GEV, uma vez que são aleatórios, independentes e aderentes às observações (valor- $p > 0,05$). Além disso, não há tendência entre os dados (valor- $p < 0,05$).

Tabela 1: Valor- p para os testes de aleatoriedade, independência, distribuição e tendência, respectivamente.

Teste de sequência	Ljung-Box	Kolmogorov-Smirnov	Teste de raiz unitária
0,3393	0,7097	0,6085	0,0308

Fonte: dos autores (2025).

Estimação dos parâmetros

As estimativas de cada componente do vetor de parâmetros da distribuição generalizada de valor extremo $\hat{\theta} = (\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ são apresentadas na Tabela 2. As mesmas foram obtidas pelo método da máxima verossimilhança e, devido ao sistema de equações não ser linear, o método de Newton-Raphson foi utilizado. Para os valores iniciais dos parâmetros de localização (μ) e escala (σ) foram utilizados a média e o desvio padrão amostral, respectivamente. Já para o parâmetro de forma (ξ) foi utilizado o valor inicial de 0,1.

Tabela 2: Estimativa de parâmetros de localização, escala e forma, respectivamente, e erros padrão.

$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
81,8482 (3,1111)	20,2494 (2,3356)	0,0776 (0,1111)

Fonte: dos autores (2025).

Estimativa do retorno

Usando apenas os dados disponíveis, não seria possível obter estimativas significativas para eventos que extrapolam o intervalo observado. Com apenas 55 observações, não conseguimos prever o que poderia ocorrer daqui a 100 anos. No entanto, ao ajustar uma distribuição generalizada de valores extremos (GEV) aos dados, podemos agora realizar extrapolações além do intervalo atual de observações.

A estimativa do nível de retorno é um conceito fundamental em análises estatísticas de eventos extremos, como precipitação, temperatura ou vazão de rios. Essa estimativa se refere à magnitude de um evento extremo esperado, que ocorrerá, em média, a cada determinado período de tempo, como 10, 50 ou 100 anos (Beijo; Avelar, 2011). Para obter as estimativas, são utilizados modelos estatísticos, como a distribuição de valores extremos (GEV), que são ajustados aos dados históricos e extrapolados para períodos de retorno maiores do que os observados diretamente (Beijo; Muniz; Castro Neto, 2005).

Na prática, a estimativa do nível de retorno é essencial para o dimensionamento de infraestruturas e o planejamento de medidas de mitigação de riscos. Por exemplo, essa estimativa é utilizada no dimensionamento de barragens e sistemas de drenagem, garantindo que sejam capazes de lidar com eventos extremos, como inundações severas ou secas prolongadas, que podem ocorrer por longos períodos de tempo.

O cálculo do nível de retorno envolve a modelagem estatística dos dados extremos e a aplicação de métodos para estimar a probabilidade de ocorrência desses eventos ao longo de diferentes intervalos de tempo. Essas estimativas são fundamentais para compreender os riscos associados aos eventos climáticos extremos e para orientar decisões sobre o planejamento e a gestão de recursos hídricos, infraestrutura urbana e outros setores sensíveis a eventos extremos (Tabela 3) (Beijo; Avelar, 2011).

Tabela 3: Níveis de retorno estimados, com respectivos erros padrão e intervalo de confiança.

	Nível de retorno			
	z_{10}	z_{25}	z_{50}	z_{100}
EMV (SE)	131,6376 (8,301)	155,3629 (14,3841)	174,1265 (21,0648)	193,7925 (29,6896)
IC	(115,3679 ; 147,9073)	(127,1706 ; 183,5552)	(132,8403 ; 215,4127)	(135,602 ; 251,983)

Fonte: dos autores (2025).

Legenda: Estimador de máxima verossimilhança (EMV), erros padrão (ES), intervalo de confiança (IC).

As estimativas da Tabela 2 foram utilizadas para estimar os níveis de retorno esperado da GEV, que são apresentados na Tabela 3. Observe que, conforme o período de tempo aumenta, maior é a amplitude do intervalo de confiança (IC); isso se deve aos poucos dados presentes em estudos de valores extremo (Costa et al., 2024).

Tal fato reforça a incerteza natural existente em dados provenientes de eventos raros e mostra a importância de se ter séries temporais longas e robustas para reduzir as incertezas.

De acordo com os resultados presentes na Tabela 3, a curto prazo, é esperado que uma vez em cada 10 anos o nível de precipitação atinja 131,64 mm. Já a médio e longo prazo, é esperado que uma vez em cada 25, 50 e 100 anos o nível de precipitação atinja 155,36 mm, 174,13 mm e 193,79 mm, respectivamente. Tais níveis de retorno são relevantes para o planejamento urbano de Belo Horizonte, destacando a necessidade de investir em sistemas de drenagem e monitoramento de áreas mais vulneráveis, visando diminuição de danos e riscos para a população.

Conclusão

A GEV indica que o valor de precipitação máxima para 10 anos pode alcançar 131,6376 mm, para 25 anos 155,3629 mm, para 50 anos 174,1265 mm e para 100 anos 193,7925 mm.

O uso da GEV auxilia no estudo e previsão de diversos fenômenos, incluindo aqueles relacionados à pluviometria. Essa abordagem possibilita a análise de precipitações extremas e pode contribuir para que medidas públicas e privadas sejam adotadas de forma a mitigar, ou até mesmo evitar os danos causados pelas chuvas extremas.

Agradecimentos

Os autores agradecem Capes, CNPq, Fapemig e a Universidade Federal de Viçosa que deram suporte financeiro para realização deste artigo.

Referências

AGHAKOUCHAK, A.; CHIANG, F.; HUNING, L. S.; LOVE, C. A.; MALLAKPOUR, I.; MAZDIYASNI, O.; MOFTAKHARI, H.; PAPALEXIOU, S. M.; RAGNO, E.; SADEGH, M. Climate extremes and compound hazards in a warming world. **A Annual Review of Earth and Planetary Sciences**, v. 48, n. 1, p. 519-548, 2020.

BEIJO, L. A.; AVELAR, F. G. Distribuição generalizada de valores extremos no estudo de dados climáticos uma breve revisão e aplicação. **Revista da Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto**, v. 1, n. 1, p. 10-16, 2011.

BEIJO, L. A.; MUNIZ, J. A.; CASTRO NETO, P. Tempo de retorno das precipitações máximas em lavras (MG) pela distribuição de valores extremos do tipo I. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 29, n. 3, p. 657-667, maio/jun. 2005.

BEZERRA, A. P.; MEDEIROS, L. R. A.; CUNHA, A. L. X.; SILVA, M. T.; SANTANA, C. F. D. Modelagem preditiva da precipitação para análise das inundações e suas consequências no município de Natal-RN. **Revista Geama**, v. 9, n. 1, p. 29-41, 2023.

CAI, Y.; HAMES, D. Minimum sample size determination for generalized extreme value distribution. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**, v. 40, n. 1, p. 87-98, 2010.

CALDEIRA, T. L.; BESKOW, S.; MELLO, C. R.; FARIA, L. C.; SOUZA, M. R.; GUEDES, H. A. S. Modelagem probabilística de eventos de precipitação extrema no estado do Rio Grande do Sul. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 19, n. 3, p. 197-203, 2015.

COLES, S. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer-Verlag, 2001. 209 p.

COSTA, V.; SAMPAIO, J.; FERNANDES, W.; NEIVA, G. Assessing the unexpectedness of a very large observed rainfall event in the metropolitan region of Belo Horizonte, Brazil. **Natural Hazards**, v. 120, n. 4, p. 3979-3994, 2024.

DRUMOND, R. A. S.; ALMEIDA, R. P.; NASCIMENTO, N. O. Mudanças climáticas e Plano Diretor: mitigação de inundações em Belo Horizonte. **Cadernos Metr pole**, v. 25, n. 58, p. 899-922, 2023.

Dickey, D. A., Fuller, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root. **Journal of the American Statistical Association**, 74(366), 427-431, 1979.

FOWLER, H. J.; WASKO, C.; PREIN, A. F. Intensification of short-duration rainfall extremes and implications for flood risk: Current state of the art and future directions. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 379, n. 2195, p. 20190541, 2021.

IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Censo 2022**. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg/belo-horizonte/panorama>. Acesso em 2 de abril de 2025.

INMET, INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA. **Banco de dados hist ricos**. Disponível em: <https://bdmep.inmet.gov.br>. Acesso em 2 de abril de 2025.

JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal meteorological society**, v. 81, n. 348, p. 158-171, 1955.

KOLMOGOROV, A. N. Sulla determinazione empirica di una legge didistribuzione. **Giorn Dell'inst Ital Degli Att**, v. 4, p. 89-91, 1933.

KUNKEL, K. E.; KARL, T. R.; SQUIRES, M. F.; YIN, X.; STEGALL, S. T.; EASTERLING, D. R. Precipitation extremes: Trends and relationships with average precipitation and precipitable water in the contiguous United States. **Journal of Applied Meteorology and Climatology**, v. 59, n. 1, p. 125-142, 2020.

LEVY, L. F. Matem tica: uma constru o humana ante a complexidade dos fen menos e da realidade. Alexandria: **Revista de Educa o em Ci ncia e Tecnologia**, v. 15, n. 1, p. 261-275, 2022.

LJUNG, G. M.; BOX, G., E. P. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978.

MUNDIAL, Banco. Relatório de danos materiais e prejuízos decorrentes de desastres naturais no Brasil: (1995-2019). 2020. Disponível em: https://www.gov.br/mdr/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/protecao-e-defesa-civil-sedec/danos_e_prejuizos_versao_em_revisao.pdf. Acesso em 27 de janeiro de 2025.

NUNES, A. A.; PINTO, E. J. A.; BAPTISTA, M. B. Detection of trends for extreme events of precipitation in the Metropolitan Region of Belo Horizonte through statistical methods. **RBRH**, v. 23, p. e9, 2018.

PREFEITURA DE BELO HORIZONTE. **E-book Plano Diretor de BH**: Entenda os principais pontos. 2020. Disponível em: https://prefeitura.pbh.gov.br/sites/default/files/estrutura-de-governo/politica-urbana/2020/e-book_conceitos_versao-completa.pdf. Acesso em 2 de abril de 2025.

R CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2024.

RAZAVI, S.; GOBER, P.; MAIER, H. R.; BROUWER, R.; WHEATER, H. Anthropocene flooding: Challenges for science and society. **Hydrological Processes**, v. 34, n. 8, 2020.

ROSLAN, R. A.; NA, C. S.; GABDA, D. Parameter estimations of the generalized extreme value distributions for small sample size. **Mathematics and Statistics**, v. 8, p. 47-51, 2020.

WALD, A.; WOLFOWITZ, J. On a test whether two samples are from the same population. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 11, n. 2, p. 147-162, 1940.

WASKO, C.; WESTRA, S.; NATHAN, R.; ORR, H. G.; VILLARINI, G.; HERRERA, R. V.; FOWLER, H. J. Incorporating climate change in flood estimation guidance. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 379, n. 2195, p. 1-2, 2021.

WMO, 2009. **Manual on estimation of Probable Maximum Precipitation (PMP)**. World Meteorological Organization. Geneva, Switzerland, 291 p. Disponível em: <https://damfailures.org/wp-content/uploads/2020/10/WMO-1045-en.pdf> Acesso em 2 de abril de 2025.