

Uso de Investigação Matemática em Turmas do Sexto Ano do Ensino Fundamental com a Atividade Explorando com os Números

Keyla Luiza Pereira Rosa^{1†}, Marcelo Rodrigues Conceição²

¹Universidade Federal de Alfenas; Instituto de Ciências Exatas; Curso de Especialização em Educação Matemática na Contemporaneidade; Alfenas – Minas Gerais, Brasil.

²Universidade Federal de Alfenas; Instituto de Ciências Humanas e Letras; Programa de Pós-graduação em Educação; Alfenas – Minas Gerais, Brasil.

Resumo: Este trabalho apresenta uma reflexão e um relato de uma experiência em sala de aula sobre o uso da metodologia de ensino investigação matemática para a aprendizagem na educação básica, com o objetivo de compreender quais são as possibilidades e ganhos que o uso de atividades de investigação matemática podem oferecer em turmas do sexto ano dos anos finais do ensino fundamental. Referenciado pelos ambientes de aprendizagem e a Matemática Crítica, os momentos de uma aula de investigação matemática são compostos por atividades abertas onde o estudante formula e responde às próprias questões, sobre um tema proposto e mediado pelo professor. A atividade proposta e relatada neste texto foi intitulada Explorando com Números, e foi realizada em aulas da disciplina de matemática, com o objetivo motivar e incentivar a prática da investigação matemática com os alunos e, ao mesmo tempo, analisar a forma como os estudantes realizavam o processo de investigação e, assim, analisar sua efetividade, para melhorar a prática docente e a aprendizagem dos discentes. Em relação à metodologia, o trabalho teve uma abordagem qualitativa e, quanto aos objetivos, a abordagem foi exploratória. Foi observado que os alunos se envolveram efetivamente no processo de investigação matemática, apresentando durante a sua realização aspectos importantes para o desenvolvimento do pensamento lógico matemático e habilidades esperadas para a disciplina, como a capacidade de argumentação, resolução de problemas e escrita em linguagem matemática. O uso de investigação matemática possibilita um ensino de matemática de forma crítica e com compreensão.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Educação Matemática Crítica; Cenários para investigação; Educação básica.

Use of Mathematical Investigation in Sixth Grade Classes of Elementary School with the Activity Exploring with Numbers

Abstract: This paper presents a reflection and a report of a classroom experience on the use of the mathematical investigation teaching methodology for learning in basic education, with the aim of understanding what possibilities and gains the use of mathematical investigation activities can offer in sixth grade classes in the final years of elementary school. Referenced by learning environments and Critical Mathematics, the moments of a mathematical investigation class are composed of open activities where the student formulates and answers their own questions, on a theme proposed and mediated by the teacher. The activity proposed and reported in this text was entitled Exploring with Numbers, and was carried out in mathematics classes, with the aim of motivating and encouraging the practice of mathematical investigation with students and, at the same time, analyzing the way in which students carried out the investigation process and, thus, analyzing its effectiveness, in order to improve teaching practice and student learning. Regarding the methodology, the work had a qualitative approach and, regarding the objectives, the approach was exploratory. It was observed that the students were effectively involved in the process of mathematical investigation, presenting during its completion important aspects for the development of logical mathematical thinking and skills expected for the subject, such as the ability to argue, solve problems and write in mathematical language. The use of mathematical investigation enables the teaching of mathematics in a critical and understanding way.

Keywords: Mathematics teaching; Critical Mathematics Education; Scenarios for investigation; Basic education.

[†] Autora correspondente: keyla.rosa@sou.unifal-mg.edu.br

Manuscrito submetido em: 22/08/2024

Manuscrito revisado em: 17/09/2024

Manuscrito aceito em: 28/10/2024

Introdução

A prática docente permite ao professor observar como a dinâmica de sala de aula acontece e assim observar que frequentemente elas se encaixam na educação tradicional. As aulas de matemática no ensino básico possuem um padrão bem definido que Skovsmose (2000) chama de paradigma do exercício, em que em um primeiro momento ocorre a exposição do conteúdo e técnicas matemáticas para que, em seguida, os estudantes desenvolvam exercícios. O autor aponta que “a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma resposta correta” (SKOVSMOSE, 2000, p. 67), ou seja, falta espaço para aulas reflexivas.

A forma em que o ensino e aprendizagem acontece é uma das principais preocupações da Educação Matemática. Zorzan (2007) aponta que após pesquisadores entenderem a inadequação em relação a um ensino matemático voltado de forma excessiva à abstração, surge a possibilidade de reformulação curricular. “O surgimento de propostas alternativas para a ação pedagógica do ensino matemático constitui o movimento da educação matemática, ou, ainda, as tendências em educação matemática” (ZORZAN, 2007, p. 79). Nessa perspectiva surgem novas formas de pensar o ensino de matemática, em particular as tendências em educação matemática que buscam desenvolver no estudante não apenas o pensamento lógico matemático, mas também competências básicas ao cidadão.

Para Muller (2000, p. 133), “O saber pensar matemático dar-se-á quando a matemática for trabalhada de forma criativa, crítica e contextualizada. O quê, e o como fazer precisam ser repensados tendo-se em vista para quê e o quando fazer Educação Matemática.”, portanto o professor deve utilizar de ferramentas e metodologias para alcançar objetivos em sala de aula que possibilitem o desenvolvimento de tais habilidades no estudante. As principais tendências em educação matemática atuais são a resolução de problemas, modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, uso de jogos, investigação matemática. Surgindo como formas de repensar a prática pedagógica dentro de sala de aula.

A escola tem como uma de suas funções preparar o educando para o exercício da cidadania. A matemática no ensino tradicional pode ser interpretada como uma disciplina que serve apenas a interesses técnicos, entretanto Skovsmose cita que “D'Ambrosio (1994), usando uma formulação mais incisiva, enfatiza que a matemática é parte de nossas estruturas tecnológicas, militares, econômicas e políticas e como tal, um recurso tanto para maravilhas como para horrores.” (apud SKOVSMOSE, 2000, p. 68). Ou seja, a matemática não possui um papel de neutralidade em nossa sociedade, sendo importante trata-la de forma crítica durante a educação básica. Nesse contexto, podemos citar Skovsmose em relação a chamada Educação Matemática Crítica, a qual ele define como

[...] A Educação Matemática crítica inclui o interesse pelo desenvolvimento da educação matemática como suporte da democracia, implicando que as micro-sociedades de salas de aulas de matemática devem também mostrar aspectos de democracia. A Educação matemática crítica enfatiza que a matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido, não importa se os processos de aprendizagem são organizados de acordo com uma abordagem construtivista ou sócio cultural. A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. (SKOVSMOSE, 2000, p. 67)

Dessa forma, a educação matemática crítica se preocupa com o exercício de reflexão durante as aulas de matemática, buscando desenvolver no estudante aspectos que possibilitem viver em sociedade. O paradigma do exercício pode ser substituído por outras formas de ensino da matemática, entre as tendências de educação matemática o uso da investigação matemática é um

dos recursos que possibilita tratar de forma crítica os conteúdos. Seu uso em sala de aula tem por objetivo “Numa investigação matemática, o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada.” (FONSECA, BRUNHEIRA, PONTE, 1999, p. 4), ou seja, a partir de uma determinada situação apresentada aos estudantes, os alunos buscam através da exploração encontrar caminhos matemáticos que julguem relevantes.

Ao escrever esse relato de experiência foi buscado compreender quais as possibilidades e ganhos que o uso de atividades de investigação matemática podem oferecer para o ensino de matemática em turmas do sexto ano dos anos finais do ensino fundamental. Para alcançar tal objetivo aplicou-se uma atividade intitulada “Explorando com os Números” que segue a metodologia de ensino da investigação matemática em turmas do sexto ano do ensino fundamental anos finais, em que os alunos exploraram um quadro de números buscando ideias matemáticas. A atividade foi realizada em grupos, durante duas aulas da disciplina de matemática, sendo coletados os dados a serem analisados com o propósito de explorar a efetividade de tal metodologia no contexto escolar de turmas do ensino fundamental. Foi possível observar os ganhos que esse tipo de tarefa possibilita no ensino de matemática.

O uso de investigação matemática em sala de aula é relevante pois desenvolve algumas competências no estudante, como a capacidade de argumentação, de resolução de problemas, desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, capacidade de escrita de argumentos e resultados obtidos. Autores como Ole Skovsmose (2000) afirmam que o processo de investigação constitui um novo ambiente de aprendizado, onde os estudantes se tornam responsáveis pelo processo.

Oliveira, Segurado e Ponte (1998) argumentam que o trabalho de projeto em sala de aula através do uso de atividades de investigação, com situações abertas possibilitam o desenvolvimento do pensamento matemático que incluem identificar regularidades, formular questões, testar e provar conjecturas, além de generalizar conceitos observados. São atividades que motivam e desafiam os estudantes, estimulando a capacidade de argumentação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo com as aprendizagens essenciais aos estudantes, traz em suas competências específicas de matemática para o ensino fundamental o seguinte item “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.” (BRASIL, 2018). Além disso, a BNCC pontua que o estudante deve ser capaz de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, sendo esses itens fundamentais para o desenvolvimento do letramento matemático no estudante, sendo uma das responsabilidades do professor esse processo.

Investigação Matemática

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 13) afirmam que “Investigar é procurar conhecer o que não se sabe”. A investigação é cotidiana entre os matemáticos, pois é a partir dela que se descobrem novas propriedades e relações matemáticas. A mesma ideia de investigação pode ser utilizada dentro do ambiente da educação básica. Nesse contexto, não existe a necessidade de se trabalhar problemas matemáticos sofisticados, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) é preciso que se tenha uma ideia inicial da qual seja possível o estudante formular questões que consideram interessante e para as quais não possui um caminho claro ou uma resposta pronta, mas que seja possível procurá-la utilizando de argumentos matemáticos. Ou seja, “Numa investigação matemática, o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma

dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada.” (FONSECA, BRULHEIRO, PONTE, 1999, p. 4).

A investigação matemática dentro de sala de aula possui aspectos que a diferenciam do uso de exercícios durante o processo de ensino. Skovsmose (2000) afirma que essa distinção tem relação com as referências que estão sendo utilizadas. São três tipos de referências possíveis segundo o autor: aquela que utiliza apenas da matemática, a que se refere a uma semi-realidade, e aquela que trabalha situações reais da vida do estudante. Utilizar dessas referências ao investigar é o que Skovsmose (2000) chama de cenários para investigação matemática. Essas referências podem ser utilizadas tanto em aulas baseadas em exercícios como em situações de investigação, e são chamadas ambientes de aprendizagem.

Chart 1: Learning Environments According to Ole Skovsmose (2000).

| | Exercícios | Cenários para Investigação |
|------------------------------|------------|----------------------------|
| Referência a matemática pura | (1) | (2) |
| Referência à semi-realidade | (3) | (4) |
| Referência a realidade | (5) | (6) |

Source: SKOVSMOSE, (2000).

O ambiente (1) e (3) são com frequência utilizados dentro das aulas de matemática, apesar de exercícios com referência à semi-realidade mostrarem uma preocupação com a contextualização e o uso do cotidiano do estudante na matemática, esse tipo de atividade ainda depende da utilização de informações pré estabelecidas para funcionar da maneira esperada, ou seja, “[...] a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma, resposta correta.” (SKOVSMOSE, 2000, p. 67), o que não ocorre dentro da investigação, pois nela são diversos os caminhos que um aluno pode encontrar no desenvolvimento de uma tarefa matemática.

Ponte (2003), assim como já pontuado por outros autores, afirma que a tarefa característica do ensino de matemática são os exercícios, porém também são utilizados o uso de problemas e investigações, além de tarefas de modelagem e projetos. Ele classifica as atividades que podem ser usadas como “[...] uma tarefa tem quatro dimensões básicas: O seu grau de dificuldade, a sua estrutura, o seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução” (PONTE, 2003, p. 4) dessa forma, são atividades fechadas exercícios e problemas, e questões abertas investigações e tarefas de exploração, o autor afirma que a distinção entre as duas últimas atividades se encontra no grau de dificuldade apresentados para determinado grupo de estudantes.

Para que uma atividade se torne efetivamente uma tarefa de investigação, de acordo com Skovsmose (2000), é preciso existir o aceite ao convite de explorar pelos alunos, o autor discorre que o aceite depende de três fatores, sendo eles a natureza da atividade, a maneira como o convite é feito pelo professor e dos estudantes. Uma mesma atividade pode se tornar um cenário para investigação para um determinado grupo de discentes, porém pode não ter o aceite de outro grupo de alunos e não se efetivar como uma tarefa de investigação (SKOVSMOSE, 2000).

Uma das principais características de uma aula que utiliza da investigação matemática como recurso de aprendizagem é a imprevisibilidade do seu desenvolvimento, é apenas possível prever de que forma ela será iniciada. Como se trata de atividades abertas, o caminho a ser percorrido e as ideias desenvolvidas pelos estudantes são descobertas ao longo do processo. Porém é possível que o

professor organize a aula de investigação para que ela se desenvolva de maneira a atingir os objetivos esperados. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) pontuam três fases principais, sendo elas a introdução, a realização da investigação pelos alunos e a discussão dos resultados.

A primeira fase é chamada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 26) de “O arranque da aula”, nesse momento o professor deve realizar a introdução do que irá acontecer aos estudantes. Apesar de curto, é um momento fundamental para as turmas que não estão familiarizadas com a investigação matemática. Nesse momento é preciso que o professor garanta que os alunos compreendam bem o significado de investigar, pois os estudantes estarão lidando com uma questão na qual o caminho não foi bem definido como acontece no paradigma do exercício, onde são apresentados exemplos do método a ser seguido, mas sim uma situação na qual é preciso ele próprio formular suas perguntas e questões (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003).

Uma estratégia apontada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) é que se faça a leitura conjunta do enunciado com os estudantes, porém de forma que não limite os alunos e nem os condicione a seguir por um único caminho durante a exploração. O professor pode utilizar de termos que mostram que a investigação se diferencia dos exercícios, nesse momento é criado um ambiente onde o aluno entende o sentido de investigar, deve saber o que se espera dele nesse processo, além de entender que ele pode contar com o apoio do professor, porém a atividade depende das suas próprias ideias e iniciativa (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003).

A segunda fase se refere ao desenvolvimento do trabalho, momento em que os estudantes devem realizar os processos comuns a uma exploração, como a formulação de conjecturas e o teste das mesmas e o professor deve desempenhar um papel de auxiliar o estudante apenas quando necessário.

Essa fase conta com três momentos principais de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) que os autores nomeiam como Explorando a situação e formulando questões, nesse momento os estudantes “[...] vão embrenhando na situação, familiarizando-se com os dados e apropriando-se mais plenamente do sentido da tarefa” (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003, p. 30), nesse tipo de tarefa, inicialmente os estudantes tendem a organizar os dados que estão a sua disposição, a partir deles geram mais dados e começam a formular questões que serão testadas. Ou seja, existe uma busca por regularidades. Outro momento é “Formulando e testando conjecturas”, ao analisar os dados e formular perguntas os estudantes irão começar a encontrar conjecturas, nesse momento o professor deve incentivar os estudantes a escreverem suas ideias e testar essas hipóteses. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) afirmam a necessidade do estudante ser capaz de se expressar matematicamente, pois “[...] a escrita dos resultados ajuda os alunos a clarificar as suas ideias, nomeadamente a explicar as suas conjecturas, e favorece o estabelecimento de consensos e de um entendimento comum as suas realizações” (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003, p. 36). A segunda fase ainda contempla o momento “Justificando as conjecturas”, em que Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) discorrem que apenas a realização de testes não faz com que as conjecturas sejam tomadas como conclusões, o professor pode introduzir, dessa maneira, a ideia de prova matemática, onde os alunos busquem uma justificativa aceitável.

A terceira e última fase é nomeada como "A discussão da investigação". Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) expõem que nesse momento os alunos são convidados a mostrarem seus resultados mais significativos para a turma, desenvolvendo no estudante a capacidade de se comunicar matematicamente. Além disso,

A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003, p. 41)

Durante essa fase o professor pode incentivar os alunos a opinarem sobre as conclusões dos colegas, incentivando discussões e debates. Pois Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) afirmam que as investigações matemáticas criam ambientes que estimulam a argumentação e debate entre os estudantes.

Por tratar de atividades abertas, a organização dos momentos de uma aula de investigação matemática é fundamental para que o professor possa alcançar os objetivos esperados. Além disso, é fundamental que o professor compreenda qual é seu papel durante as aulas que utilizam dessa metodologia de ensino. Ponte *et al.* (1998) afirmam que o professor deve possuir conhecimento profissional para sua prática docente de forma que “O professor tem de ser capaz de apreender intuitivamente as situações, articulando pensamento e ação e gerindo dinamicamente relações sociais; tem de ter autoconfiança e capacidade de improvisação perante situações novas.” (PONTE *et al.* 1998, p. 43), essas características podem se mostrar fundamentais em aulas de investigação matemática.

Para Ponte *et al.* (1998) para que se consiga de fato que uma atividade se torne uma investigação matemática é preciso que o professor promova o envolvimento dos estudantes, fazendo com o que o ambiente seja favorável e confortável o suficiente para que os alunos se sintam à vontade para mostrar suas conjecturas e argumentos, sabendo que suas ideias serão valorizadas. Além disso, o professor ao acompanhar os alunos na atividade deve de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003).

No acompanhamento que o professor faz do trabalho dos alunos, ele deve procurar atingir um equilíbrio entre dois pólos. Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática. Com esse duplo objetivo em vista, o professor deve procurar interagir com os alunos tendo em conta as necessidades particulares de cada um e sem perder de vista os aspectos mais gerais de gestão da situação didática. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003, p. 43)

São apresentados por Ponte *et al.* (1998) alguns papéis desempenhados pelo professor em aulas de investigação matemática. Um deles é o desafiar os alunos, que pode ocorrer por meio da própria questão a ser trabalhada em aula durante a introdução da atividade, porém não se restringe apenas a esse momento pois ela deve se prolongar durante todo o processo através de diálogos e questionamentos que o professor faz aos alunos. Outro papel importante é o de avaliar o progresso dos alunos, é preciso observar como os estudantes estão trabalhando para que se possa identificar as dificuldades apresentadas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) e Ponte *et al.* (1998) ainda pontuam que a capacidade de raciocinar matematicamente é um papel importante do professor que pode ser benéfico para desenvolver nos estudantes a capacidade de investigação, em situações verdadeiramente ricas, surgem novas questões que o professor não pensou anteriormente, nessa situação o docente deve ser capaz de mostrar o pensamento matemático para os alunos, Ponte *et al.* (1998, p. 56) afirma que “O facto de os alunos observarem diretamente o professor a investigar é extremamente importante para aprenderem, eles próprios, o modo de conduzir uma investigação.”

Apoiar o aluno é também um papel do professor de acordo com Ponte *et al.*, de forma que os alunos tenham suas ideias valorizadas, nesse momento pode se realizar perguntas aos estudantes para validar suas conjecturas. Seguindo essas ideias o professor também deve fornecer e recordar informações, sobre esse momento Ponte *et al.* (1998, p. 60) afirma que “Outro aspecto do trabalho do professor é proporcionar informação útil aos alunos, ajudando-os a recordar ou compreender conceitos matemáticos e formas de representação importantes.”, segundo o autor, tal fato é recorrente no processo de ensino de matemática, porém deve ocorrer em menor escala durante aulas de investigação.

Por fim, Ponte *et al.* (1998) discutem sobre o papel do professor ao promover a reflexão dos alunos discorrendo que “Para que os alunos assumam a sua participação e responsabilidade neste processo é necessário que o professor lhes proporcione as oportunidades adequadas, colocando-lhes questões e fomentando a sua capacidade de argumentação e reflexão.” (PONTE *et al.*, 1998, p. 63). É fundamental que o professor esteja preparado para colocar em prática esse momento em sala de aula para que as aulas de investigação matemática estejam em consonância com as ideias defendidas por Skovsmose (2000) ao utilizar de cenários para investigação matemática para uma educação matemática crítica, que busca utilizar da matemática para formar cidadãos críticos e em defesa da educação como suporte para a democracia.

Metodologia

O relato de experiência utilizou uma abordagem qualitativa, com o objetivo de ser exploratória. Segundo Gerhardt e Silveira (2009), existem duas razões principais que levam à realização de trabalhos científicos, sendo elas as razões intelectuais, relacionada ao desejo de conhecer por satisfação própria, e as razões práticas, referente à vontade de conhecer maneiras mais eficazes de realizar algo. Dessa forma, buscou-se com esse relato conhecer novas maneiras de ensinar matemática.

O método qualitativo busca “[...] explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens.” (GERHARDT, SILVEIRA, 2009, p. 32). Logo, os dados coletados para análise não se baseiam em fontes numéricas e sim observações realizadas em sala de aula durante todo o processo.

Ao analisar de forma qualitativa, Ludke e André (1986) apontam que os dados coletados devem ser predominantemente descritivos, o material deve conter descrições de pessoas, situações, acontecimentos, ou seja, existe uma importância em todos os dados da realidade que é observada, e é função do pesquisador estar atento a todos esses acontecimentos. Além disso, os autores afirmam que é comum esse tipo de investigação passar por três etapas. A primeira é a seleção e definição do problema, além da escolha do ambiente do estudo e das primeiras observações. A segunda etapa ocorre a busca sistemática de dados relevantes para a compreensão e interpretação do objeto analisado. No terceiro estágio, é buscado explicar a realidade, entender e analisar as descobertas dentro do contexto (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 19).

O propósito exploratório, segundo Gil (2002), tem por objetivo fazer com que o investigador tenha uma maior familiaridade a fim de tornar o problema mais explícito, o autor pontua que esse tipo tem por objetivo aprimorar ideias e descobertas.

A atividade foi realizada em duas turmas do sexto ano dos anos finais do ensino fundamental de uma escola pública. Para a realização do trabalho, a professora regente da disciplina de matemática das turmas, esteve presente durante toda sua realização, participando efetivamente da

aplicação e desenvolvimento dos trabalhos com os discentes. Os dados foram coletados em sala de aula durante a aplicação da atividade por meio de observação e diário de campo. Além disso, foi utilizado para análise as anotações escritas produzidas pelos estudantes durante seus trabalhos.

Foram escolhidas como turmas a serem aplicadas a atividade de investigação duas turmas do sexto ano do ensino fundamental, anos finais da rede estadual de ensino. Cada turma possuía 30 alunos matriculados que frequentavam regularmente as aulas.

Foi observado que os estudantes não realizaram anteriormente atividades de investigação matemática, dessa forma a tarefa escolhida leva em consideração ser um primeiro contato com problemas de exploração, assim, foi preferível a utilização de cenários para investigação com referência a matemática pura. A atividade selecionada para a realização está descrita por Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998) como Explorando com Números, e foi escolhida pois trata de uma investigação que possibilita que o estudante percorre diversos caminhos para sua realização, logo pode ser utilizada em diversas etapas de ensino. A atividade se refere a uma tabela de números organizados de forma crescente em 4 colunas.

Chart 2: Activity Exploring with Numbers.

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 |
| ... | ... | ... | ... |

Source: Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998).

Os estudantes, organizados em grupos de quatro ou cinco integrantes, deveriam descobrir relações entre os números na tabela, desenvolvendo ideias, criando conjecturas e realizando a prova das mesmas. Para isso a atividade foi aplicada em duas aulas de 50 minutos cada da disciplina de matemática, realizada em três etapas apontadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), em que na primeira aula é realizada a introdução da atividade com os alunos, ou seja, o que se espera que ocorra e o desenvolvimento do trabalho de fato, com a realização da investigação matemática pelos estudantes. A segunda aula foi dedicada à terceira etapa, ou seja, discussão da investigação, onde os grupos de alunos apresentaram suas descobertas para a turma.

Atividade de Investigação Matemática

A atividade foi desenvolvida e aplicada nos meses de maio e julho de 2024. A sua aplicação ocorreu em três momentos principais. No primeiro momento, foi dedicado a introduzir a atividade de investigação, fase que Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) nomeiam como o “arranque da aula”. Os estudantes foram organizados em grupos de até cinco integrantes da própria escolha. Inicialmente, foi escrita no quadro a frase “investigação matemática” e solicitado aos estudantes que

refletissem sobre o que essas palavras significavam, para que em seguida fosse apresentada a atividade por meio de uma folha impressa (Figura 1).

Figure 1: Applied Activity.

Atividade Explorando com Números

Procure padrões e ideais matemática nos números abaixo

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 |
| ... | ... | ... | ... |

Source: from the authors (2024).

Os alunos apresentaram como primeira reação a atividade confusão e questionamento do que deveria ser realizado. Logo, foram orientados que a proposta da atividade se diferenciava dos exercícios realizados com frequência em sala de aula, que deveriam explorar a tabela de números e anotar padrões e ideias matemáticas que conseguissem identificar. Foram orientados a utilizar a folha livremente para fazerem anotações. Durante esse momento houve a preocupação de utilizar palavras que remetessem ao ato de investigar para que os estudantes compreendessem o intuito da atividade.

Durante a segunda fase foi realizada a atividade de investigação. Em um primeiro momento foi possível observar que os alunos se mostraram confusos sobre como prosseguir em seu desenvolvimento, nesse momento foram orientados de que não existe uma resposta final única, sendo assim, deveriam eles mesmos formular seus questionamentos e fazerem suas anotações sobre a tabela. Dessa forma, ao serem orientados a realizarem anotações sobre o quadro de números foi possível observar que os alunos aceitaram o convite para investigar.

As primeiras observações retratadas pelos alunos se relacionaram à primeira coluna, já que perceberam que os números eram todos múltiplos de quatro. O seguinte diálogo ocorreu em uma das equipes e se mostrou recorrente entre os grupos durante a investigação:

Aluno: A primeira coluna vai de quatro em quatro.

Professora: Sim, eles são?

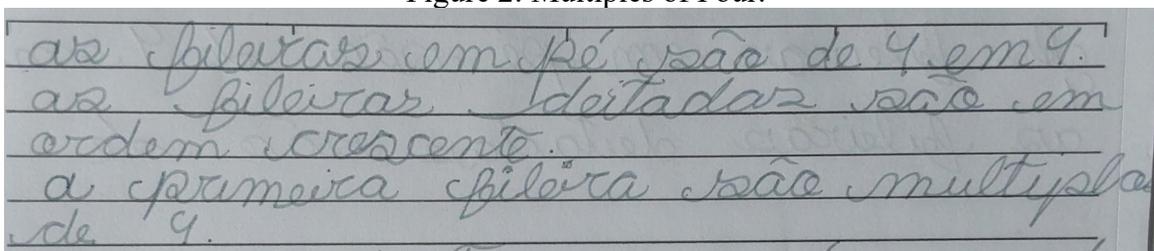
Aluno: A tabuada do quatro.

Professora: Existe um nome para isso?

Aluno: Os números são múltiplos de quatro.

Foi possível perceber pelas anotações realizadas (Figura 2) a percepção de que ao somar o algarismo quatro resultaria no número seguinte da primeira coluna, o que resulta em seguida na formalização da ideia pelos estudantes onde é utilizada a palavra múltiplos para descreverem o que observaram. Isso mostrou o esforço para formalizar as ideias e utilizar conhecimentos matemáticos já consolidados anteriormente.

Figure 2: Multiples of Four.



Source: from the authors (2024).

A descoberta dos múltiplos do número quatro contribui para que os alunos se sintam instigados a continuar a investigar a tabela. Dessa forma, a atividade começa a se tornar um cenário para investigação matemática.

A ideia de números múltiplos se mostra presente entre os grupos, logo eles começam a investigar as demais colunas.

Aluno: Professora, temos múltiplos de 2 na tabela.

Professora: E onde eles estão?

Aluno: Aqui e aqui (O aluno aponta para a primeira e terceira coluna.)

Professor: Nas mesmas?

Aluno: Nas mesmas colunas. Descobri uma coisa, uma coluna é par e a outra é ímpar, par e ímpar.

A atividade de exploração com números é aberta o suficiente para possibilitar que os alunos percorrem diversos caminhos. A partir do momento que os alunos percebem a existência dos números múltiplos de quatro eles encontram um tema pelo qual possuem domínio dentro da matemática, houve influência para continuarem a busca por padrões relacionados a múltiplos e divisores. No diálogo anterior, ao perceber a existência dos múltiplos do número dois, o aluno conseguiu associar a outro conceito matemático, o dos números pares. Além disso, utilizou a expressão “descobrir uma coisa” o que mostra que esse aluno está disposto a explorar a tabela e fazer descobertas, o que contribuiu para a continuidade da atividade.

Outro grupo continuou explorando as colunas, eles percebem que a coluna dois e quatro é formada apenas por números ímpares.

Aluno: São todos números ímpares e não são múltiplos de nenhum número.

Professora: Mas você consegue perceber algum padrão.

Aluna: Elas também vão de quatro em quatro, olha um mas quatro é cinco, que é o próximo número da coluna. Cinco mais quatro é nove.

Professora: Acontece com todas as colunas?

Aluna: Sim.

Professora: Porquê?

Ao ser questionada sobre o porquê de todas as colunas aumentarem quatro números em relação ao anterior a estudante apresentou dificuldades em explicar como isso acontece. Dessa forma, foi necessária uma intervenção maior do professor perguntando o que aconteceria se a tabela

estivesse organizada em cinco colunas. A aluna então construiu uma tabela da mesma maneira que a inicial, porém com cinco colunas e constatou que nessa os números aumentavam de cinco em cinco unidades. Dessa forma, a estudante concluiu que a quantidade de colunas influenciava no resultado, indicando que se a tabela possuísse seis colunas, então seriam múltiplos de seis na primeira coluna. Nesse momento foi possível observar que a aluna procurou criar novos dados para responder sua questão inicial usando técnicas próprias, mesmo não sendo utilizado o rigor matemático foi constatado uma busca por generalização da ideia por parte da estudante.

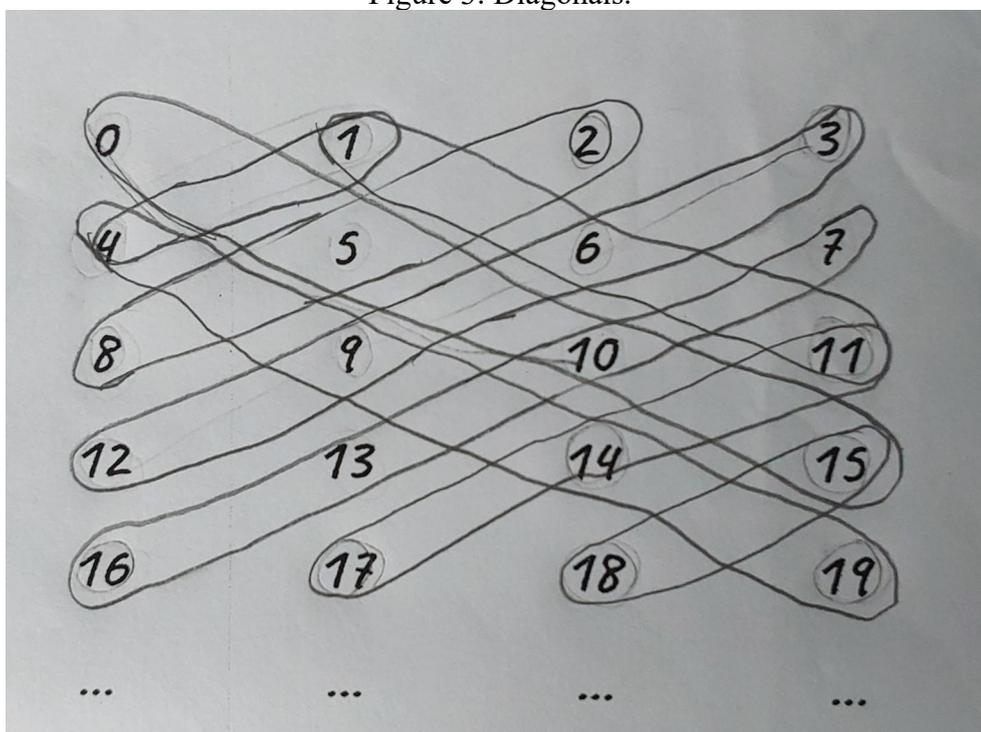
Com o avanço da atividade os estudantes se mostraram abertos ao processo de investigação após se familiarizarem com o objetivo da tarefa. Um grupo percebeu padrões quando observa os números em diagonal. Após traçarem algumas diagonais (Figura 3) chegaram à seguinte conclusão:

Aluno: Essa diagonal vai de três em três e a diagonal ao contrário vai de cinco em cinco.

Professor: Acontece em todas?

Aluno: Sim.

Figure 3: Diagonals.



Source: from the authors (2024).

O grupo percebeu que, ao traçar outras diagonais, os números crescem de maneiras diferentes. Em algumas diagonais os números crescem de sete em sete unidades e outras ainda de nove em nove unidades. Ao mostrarem essa descoberta são questionados de por que isso acontece, e então começaram a traçar várias linhas na folha até perceberem que o que muda é a inclinação das retas traçadas. Nesse momento foi possível observar que o grupo de alunos escolheu analisar as diagonais da tabela e como os números se comportam, ou seja, não responderam uma pergunta pre-estabelecida, mas sim buscaram responder os próprios questionamentos.

Durante todo o processo os estudantes foram incentivados a escreverem suas ideias e conclusões matemáticas. Os alunos não são com frequência expostos a atividades que impliquem

em escrita de textos de forma matemática. Dessa forma a atividade explorou a capacidade de escrita. Foi possível observar que uma forma de concluir esse objetivo foi descrevendo as ideias no formato de tópicos com frases curtas.

Para concluir a atividade de investigação foi realizada a última fase, em que os alunos expuseram as conclusões que obtiveram durante a investigação da tabela de números. Para isso, foi colocada a tabela de números no quadro e os grupos a utilizaram para mostrar seus resultados, tendo a liberdade de escrever para uma melhor compreensão dos colegas que estavam assistindo. Nesse momento foi possível realizar uma interação entre toda a turma, cada grupo apontava suas ideias e os demais realizavam comentários

Considerações Finais

O relato de experiência buscou analisar a metodologia de ensino investigação matemática e suas contribuições para a aprendizagem de matemática de alunos do sexto ano dos anos finais do ensino fundamental por meio de uma atividade prática aplicada em turmas de uma escola da rede estadual de ensino. Concluiu-se através das observações realizadas que seu uso contribuiu para aprimorar o pensamento matemático dos estudantes, ao desenvolver habilidades fundamentais relacionadas ao raciocínio lógico matemático.

Ao utilizar de investigação matemática com uma atividade aberta de exploração foi possível observar que os estudantes chegaram a uma diversidade de ideias matemáticas, ou seja, sua utilização permitiu que os estudantes desenvolvessem uma maior liberdade para a realização da atividade além de ampliarem as possibilidades de respostas possíveis. Ao serem confrontados com a ideia de criarem seus próprios questionamentos os alunos se viram forçados a refletirem e a buscarem estratégias, desenvolvendo o pensamento crítico em relação à matemática, o que é um dos objetivos do uso de cenários para investigação, segundo Skovsmose (2000), para desenvolver a matemática crítica.

Os alunos utilizaram durante o processo competências como a de capacidade de argumentação ao serem questionados sobre a validade das conclusões que chegaram. O desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e da capacidade de resolver problemas. Além da capacidade de escrita e argumentação, utilizando da linguagem matemática ao relatarem por escrito as próprias conclusões.

Além disso, a atividade contemplou aspectos da BNCC em relação ao ensino de matemática na educação básica, que incluem aprimorar e desenvolver nos estudantes o espírito de investigação e a capacidade de tais de se comunicarem matematicamente para argumentarem de forma convincente.

Portanto, o emprego de atividades que utilizam da metodologia de investigação matemática pode ser uma alternativa para o uso do paradigma do exercício no ensino da disciplina. Além de ser um recurso de fácil utilização e baixo custo dentro da realidade da educação pública. Tal metodologia contribui para desenvolver nos estudantes habilidades fundamentais em relação a matemática, como raciocínio lógico matemático e capacidade de argumentação, além de motivar e desafiar os alunos.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base nacional comum curricular*. Brasília, DF, 2018.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, JP da. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat*, v. 99, p. 91-101, 1999.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. *Métodos de pesquisa*. Plageder, 2009.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. Editora Atlas SA, 2002.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MÜLLER, Iraci. Tendências atuais de educação matemática. *Revista de ensino, educação e ciências humanas*, v. 1, n. 1, 2000.

OLIVEIRA, Hélia Margarida; SEGURADO, Maria Irene; PONTE, João Pedro da. Tarefas de investigação em matemática: histórias da sala de aula. 1998. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Joao-Ponte-2/publication/238783691_Tarefas_de_investigacao_em_Matematica_Historias_da_sala_de_aula/links/00463528156df859be000000/Tarefas-de-investigacao-em-Matematica-Historias-da-sala-de-aula.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2024.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Autêntica, 2003.

PONTE, João Pedro Mendes da. Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat*, Lisboa, Portugal: Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, p. 25-39, 2003.

PONTE, João Pedro da et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, v. 7, n. 2, p. 41-70, 1998.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, M. H., SEGURADO, M. I. *Histórias de investigações Matemáticas*. Lisboa: Inst. Inov. Educacional, 1998.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

ZORZAN, Adriana Salete Loss. Ensino-Aprendizagem: Algumas tendências na educação matemática. *Revista de Ciências Humanas*, v. 8, n. 10, p. 77-94, 2007.