

Análise da curva de crescimento de frutos de manga da variedade Tommy Atkins por modelos não lineares

Edilene Cristina Pedroso Azarias^{1†}, Natiele Almeida Gonzaga¹, Rafaela de Carvalho Salvador¹, Edilson Marcelino Silva², Joel Augusto Muniz³

¹Doutoranda em Estatística e Experimentação Agropecuária, Universidade Federal de Lavras (UFLA)

²Docente do Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

²Docente do Departamento de Estatística, Universidade Federal de Lavras (UFLA)

Resumo: A manga é uma fruta tropical apreciada não apenas pelo seu sabor, mas também por sua contribuição à saúde, pois é rica em vitaminas A e C, e contém mais de 20 substâncias e diferentes minerais. O fruto é perecível e tem um curto período de comercialização. Assim, torna-se essencial estudar a curva de crescimento dos frutos para auxiliar em métodos de manejo. O objetivo deste estudo foi analisar as curvas de crescimento dos frutos de mangueiras da variedade Tommy Atkins, considerando as massas seca e fresca, por meio da aplicação dos modelos não lineares Gompertz e von Bertalanffy. A coleta de dados envolveu dezenove amostras, iniciando-se cinco dias após a antese (DAA) e encerrando-se quando as mangas atingiram o estágio de amadurecimento. A estimação dos parâmetros dos modelos foi realizada pelo método de mínimos quadrados, utilizando o método iterativo de Gauss-Newton. Foram utilizados como avaliadores de qualidade de ajuste o coeficiente de determinação, critério de informação de Akaike, desvio padrão residual, e curvaturas de Bates e Watts. Com base nos avaliadores, o modelo Gompertz foi considerado o mais adequado para descrever os dados. O peso assintótico da massa fresca do fruto da manga Tommy Atkins foi de aproximadamente 419 g, a estabilização do ganho de massa fresca ocorreu aos 89 DAA, com acúmulo de 355 g. Já para a massa seca, o peso assintótico foi cerca de 89 g, com a estabilização ocorrendo mais tarde, aos 137 DAA, acumulando aproximadamente 75 g.

Palavras-chave: Regressão; Modelo Gompertz; Modelo von Bertalanffy; Massa seca; Massa fresca.

Analysis of the growth curve of Tommy Atkins mango fruits by non-linear models

Abstract: Mango is a tropical fruit appreciated not only for its flavor but also for its health benefits, as it is rich in vitamins A and C, and contains over 20 different substances and minerals. The fruit is perishable with a short shelf life, making it essential to study the growth curve of mango fruits to assist in management methods. The objective of this study was to analyze the growth curves of Tommy Atkins mango fruits, considering both fresh and dry masses, using the nonlinear Gompertz and von Bertalanffy models. Nineteen samples were collected starting five days after anthesis (DAA) and ending when the mangoes reached ripening stage. Model parameter estimation was conducted using the least squares method with the Gauss-Newton iterative method. Quality of fit was evaluated using coefficients of determination, Akaike information criterion, residual standard deviation, and Bates and Watts curvatures. Based on these evaluations, the Gompertz model was deemed most suitable for describing the data. The asymptotic weight of fresh mango fruit was approximately 419 g, with stabilization of fresh mass gain occurring at 89 DAA, accumulating to 355 g. For dry mass, the asymptotic weight was around 89 g, with stabilization occurring later at 137 DAA, accumulating approximately 75 g.

Keywords: Regression; Model Gompertz; Model von Bertalanffy; Dry mass; Fresh mass.

[†]Autor correspondente: edilene.cris100@hotmail.com

Manuscrito recebido em: 14/06/2024

Manuscrito revisado em: 18/09/2024

Manuscrito aceito em: 18/09/2024

Introdução

A manga (*Mangifera indica* L.), pertencente à família Anacardiaceae, é a segunda fruta tropical mais produzida e consumida no mundo. É muito apreciada não apenas pelo seu sabor, mas também pela sua contribuição à saúde, sendo rica em vitaminas A e C, além de conter mais de 20 substâncias e diferentes minerais (VILVERT, 2021; SINGH *et al.*, 2013). Destaca-se como um produto de grande relevância nas exportações de frutos no Brasil (NASCIMENTO *et al.*, 2023), sendo o país um grande produtor e exportador mundialmente.

Existem muitas variedades de manga produzidas no mundo todo, sendo as mais comercializadas: Tommy Atkins, Haden, Ataulfo, Kent, Keitt, Palmer, Rosa e Espada (LAWSON *et al.*, 2019; EMBRAPA, 2022), possibilitando uma boa oportunidade para o cultivo e comercialização dessa cultura.

O fruto da manga é climatérico e normalmente é colhido quando ainda está verde, continuando a amadurecer após a colheita (SINGH *et al.*, 2013; CORTÉS *et al.*, 2016). Os critérios utilizados para determinar a maturidade da manga incluem observação visual, tempo desde o crescimento do fruto, tamanho, cor da pele, forma e ausência de defeitos e deterioração. No entanto, alguns estudos consideram a análise da massa seca como um padrão de aceitação do fruto pelos consumidores (VILVERT *et al.*, 2021; FREITAS *et al.*, 2022).

A manga é altamente perecível e pode ter um curto período de comercialização. Por isso, é essencial estudar a curva de crescimento dos frutos de manga para auxiliar no desenvolvimento de métodos de manejo que identifiquem o momento ideal para a colheita (NTSOANE *et al.*, 2019).

Modelos não lineares têm sido utilizados de forma satisfatória no estudo do crescimento de diversos frutos, incluindo o tamanho, massa seca, massa fresca, peso, diâmetro, entre outras medidas, em diferentes estádios de desenvolvimento, fornecendo informações úteis. Além disso, apresentam a vantagem de possuírem parâmetros com interpretação biológica e serem mais parcimoniosos (SILVA *et al.*, 2005; MARTINS FILHO *et al.*, 2008; SILVA *et al.*, 2019a; AZARIAS *et al.*, 2024).

Os modelos não lineares Gompertz e von Bertalanffy apresentaram bons ajustes na descrição do crescimento de frutos de pêssego em dois ciclos (médio e longo) (SILVA *et al.*, 2019b); do cajá-manga (LIMA *et al.*, 2019); da amora preta (SILVA *et al.*, 2020) e de frutos de pêssego da variedade Aurora 1 (FERNANDES *et al.*, 2023).

Outra vantagem do uso de modelos não lineares está na possibilidade de analisar pontos de grande importância em curvas de crescimento, como o ponto de aceleração máxima (PAM), desaceleração máxima (PDM), desaceleração assintótica (PDA) e inflexão (PI), que são determinados com o estudo de derivadas de ordem superior. Esses pontos críticos foram estudados na cultura de berinjela (SARI *et al.*, 2018), no fruto do coco (SILVA *et al.*, 2021), cavalos da raça campolina (TEIXEIRA *et al.*, 2021), em germinação de plantas daninhas (AZARIAS *et al.*, 2023) e no crescimento de plantas daninhas (AZARIAS *et al.*, 2024).

Nesse sentido, compreender o padrão de crescimento do fruto de manga é fundamental para otimizar o ponto de colheita, garantindo a qualidade do fruto e maximizando seu aproveitamento comercial. Assim, o problema de pesquisa deste estudo é demonstrar como os modelos não lineares Gompertz e von Bertalanffy podem ser aplicados para descrever e prever o crescimento dos frutos de manga Tommy Atkins, de modo a auxiliar no manejo e na definição do momento ideal para a colheita.

O objetivo deste estudo foi analisar as curvas de crescimento dos frutos de mangueiras da variedade Tommy Atkins, considerando as massas seca e fresca, por meio da aplicação dos modelos não lineares Gompertz e von Bertalanffy. Também selecionar o modelo que melhor se ajusta aos dados.

Material e Métodos

Os dados analisados foram extraídos de Souza (2007). O experimento foi conduzido em uma área de produção comercial de mangas com cerca de 60 ha, localizada na cidade de Janaúba, Norte de Minas Gerais. O delineamento experimental adotado foi inteiramente casualizado, com cinco repetições. Os tratamentos corresponderam às épocas de amostragem dos frutos. A unidade experimental foi composta por cinco plantas.

As coletas das panículas foram iniciadas quando os frutos atingiram o estágio chumbinho, aproximadamente cinco dias após a antese (DAA), e finalizaram quando os frutos amadureciam. As coletas dos frutos da panícula foram realizadas duas vezes por semana até as quatro semanas de idade. A partir daí, as coletas foram realizadas semanalmente até os frutos atingirem o ponto de colheita comercial, totalizando 19 amostragens. A massa fresca dos frutos foi determinada com a utilização de uma balança eletrônica. Em seguida, os frutos foram lavados, fatiados longitudinalmente, secos em estufa de ventilação forçada de ar a 65°C até atingirem massa constante, pesados para determinação da massa seca e moídos em moinho tipo Wiley.

Para a análise dos dados foram ajustados os modelos não lineares Gompertz (1) e von Bertalanffy (2), sendo a parametrização considerada baseada em Fernandes *et al.* (2015), considerando X_i o i -ésimo dia após a antese dos frutos, Y_i massa fresca ou massa seca (g por fruto). Estes modelos foram escolhidos por serem os mais utilizados na literatura para descrever curvas de crescimento, principalmente na agricultura (JANE *et al.*, 2020).

$$Y_i = \alpha e^{-e^{k(\beta - X_i)}} + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$Y_i = \alpha \left(1 - \frac{e^{k(\beta - X_i)}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i \quad (2)$$

em que $i = 1, 2, \dots, n$, α é a assíntota horizontal, indica massa seca ou massa fresca máxima que o fruto pode atingir; β a abscissa do ponto de inflexão, a partir deste ponto o crescimento do fruto passa de acelerado para desacelerado; k é um índice associado ao crescimento ou maturidade, quanto maior, mais rápido o fruto atinge o ponto de inflexão; ε_i é o erro aleatório do modelo, supõe-se ser independente e identicamente distribuído com distribuição normal de média zero e variância constante, ou seja, $\varepsilon_i \sim N(0; \sigma^2)$.

A estimação dos parâmetros foi realizada pelo método de mínimos quadrados utilizando o algoritmo de Gauss-Newton, por ser o mais utilizado na literatura (SILVA *et al.*, 2019a). Para a análise dos resíduos utilizou-se o teste de Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson na verificação dos pressupostos de normalidade, homogeneidade de variância e independência dos erros, respectivamente.

O teste t de Student foi utilizado para verificar a significância dos parâmetros. Onde a hipótese nula (H_0) é de que o parâmetro é igual a zero e a hipótese alternativa (H_a) de que o parâmetro é diferente de zero.

Após os ajustes dos modelos, a comparação e seleção do que melhor descreveu os dados foram feitas com base nos avaliadores de qualidade de ajuste: coeficiente de determinação (R^2), desvio padrão residual (DPR), Critério de Informação de Akaike (AIC) e curvaturas de Bates e Watts, que medem a não linearidade do modelo. Considerou-se como mais adequado o modelo que apresentou maior valor de R^2 e menores valores para o DPR, AIC e não linearidade paramétrica (C^θ) e intrínseca (C^ι).

Foram calculadas as derivadas de primeira à quarta ordem, em relação ao tempo, do modelo que melhor se ajustou aos dados, para encontrar os pontos críticos: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI), ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótico (PDA). As coordenadas dos pontos referentes aos modelos que melhor se ajustaram aos dados foram calculadas de acordo com Silva *et al.* (2021).

A estimação dos parâmetros dos modelos, os testes estatísticos, os gráficos, a análise de resíduos, intervalos de confiança e a verificação da qualidade do ajuste para seleção dos modelos deste trabalho foram feitos utilizando-se software estatístico R de acesso livre (R CORE TEAM, 2024). Os pacotes utilizados foram “nlme” (PINHEIRO *et al.*, 2023), “car” (JOHN; SANFORD, 2023), “lmtest” (ACHIM; HOTHORN, 2022). O nível de significância adotado para os testes foi de 5%.

Resultados e discussão

Inicialmente, foram realizados os ajustes dos dois modelos aos dados da massa fresca e massa seca dos frutos, utilizando o método de mínimos quadrados ordinários. Após, foram feitas as análises de resíduos para verificar as pressuposições sobre o vetor de erros. Assim, foram utilizados os testes de Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) para verificar a normalidade, homogeneidade de variância e independência dos erros, respectivamente.

Conforme observado na Tabela 1, todos os pressupostos sobre o vetor de erros foram atendidos para a massa seca (valor-p > 0,05). No entanto, para a massa fresca, os dois modelos ajustados apresentaram heterocedasticidade nas variâncias dos resíduos, e o modelo von Bertalanffy apresentou autocorrelação. Assim, os parâmetros foram ajustados novamente com as devidas correções.

Resíduos autocorrelacionados também foram verificados por por Silveira *et al.* (2018) na produção acumulada de biogás, Prado *et al.* (2020) no estudo do crescimento de frutos de coqueiro anão verde, por Frühauf *et al.* (2020) no crescimento diamétrico do cedro e por Azarias *et al.* (2024) no estudo do crescimento de plantas daninhas do gênero *Amaranthus*, que também observaram heterocedasticidade nas variâncias.

Table 1: Statistics from the Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) and Durbin-Watson (DW) tests of the Gompertz and von Bertalanffy models, for the fresh mass and dry mass of the fruit of the Tommy Atkins mango variety.

Variável resposta	Modelo	SW	BP	DW
Massa fresca	Gompertz	0,2784	0,0332*	0,1200
	von Bertalanffy	0,8660	0,0187*	0,0180*
Massa seca	Gompertz	0,8553	0,0601	0,7180
	von Bertalanffy	0,6000	0,0681	0,6140

Source: from the authors (2024).

Legend: significant at the 5% probability level.

As estimativas dos parâmetros (α , β e k) dos modelos Gompertz e von Bertalanffy, com os respectivos intervalos de confiança de 95% de significância para a massa fresca e massa seca dos frutos de manga Tommy Atkins estão apresentadas na Tabela 2. Em relação à significância dos parâmetros dos dois modelos, de acordo com o teste t de Student, todos foram significativos a 5% de significância e estatisticamente diferentes de zero, indicando que foram adequados para descrever o acúmulo de massa fresca e seca nos frutos de manga em relação ao tempo.

Table 2: Estimates for the parameters of the Gompertz and von Bertalanffy models and their respective Lower limit (LI) Upper limit (LS) adjusted for fresh mass and dry mass of Tommy Atkins mango fruit.

Variável resposta	Modelo	Parâmetros	LI	Estimativa	LS
Massa Fresca	Gompertz	α	396,4871	419,1573	441,8275
		β	49,0142	51,0241	53,0339
		k	0,0402	0,0470	0,0539
	von Bertalanffy	α	424,8445	481,6320	538,4194
		β	44,4918	48,6793	52,8668
		k	0,0238	0,0291	0,0344
Massa seca	Gompertz	α	74,7910	89,1024	103,4138
		β	64,3274	71,4616	78,5958
		k	0,0218	0,0273	0,0329
	von Bertalanffy	α	81,6730	110,5125	139,3519
		β	60,0690	71,3904	82,7119
		k	0,0123	0,0174	0,0225

Source: from the authors (2024).

Conforme apresentado na Tabela 2, observa-se que o peso assintótico da massa fresca do fruto, representado pelo parâmetro (α), foi de aproximadamente 419g para o modelo Gompertz e 481g para o modelo von Bertalanffy. Esses valores estão próximos aos encontrados por Vilvert *et al.* (2021) em frutos de manga colhidos no inverno e primavera, que atingiram peso médio de 427,22 g e 512,00 g, respectivamente.

A massa seca é o peso total dos componentes sólidos do fruto sem a água, incluindo amido, açúcar, fibras, vitaminas e outros componentes importantes para o crescimento e desenvolvimento do fruto. O teor de massa seca é um importante índice de qualidade utilizado para verificar a aceitação do fruto pelo consumidor (VILVERT *et al.*, 2021; FREITAS *et al.*, 2022), quanto maior, melhor a qualidade do fruto. Observa-se pela Tabela 2 que o parâmetro (α), para a massa seca foi de aproximadamente 89 g (Gompertz) e 110g (von Bertalanffy).

O ponto de inflexão (β) dos dois modelos, tanto para massa fresca quanto para massa seca, apresentou sobreposição nos intervalos de confiança dos parâmetros estimados. Isso indica que estatisticamente não há diferença significativa nesse parâmetro entre os dois modelos.

Em relação ao parâmetro (k), que descreve a taxa de maturidade e a velocidade para atingir o peso assintótico, quanto maior for seu valor, menor será o tempo necessário para atingir o peso assintótico. Ou seja, um valor mais alto desse parâmetro indica uma maior velocidade no crescimento do fruto. Verificou-se que os modelos apresentaram estimativas para a taxa de maturidade (k), diferentes: 0,05 e 0,03 g/dia, para o modelo Gompertz, que foi superior, e 0,03 e 0,02 g/dia do modelo von Bertalanffy, considerando a massa fresca e seca, respectivamente.

Baseado nos avaliadores de qualidade de ajuste utilizados (Tabela 3), observa-se que os dois modelos apresentaram valores de R^2 próximos. No entanto, o modelo Gompertz foi o que apresentou maior valor para R^2 e menores valores para AIC, DPR, e para medidas de não linearidade paramétrica (C^θ) e intrínseca (C^ι), tanto para a massa fresca quanto para a massa seca, sendo assim escolhido como o modelo mais adequado para descrever os dados.

Table 3: Avaliadores de qualidade de ajuste para na massa fresca e massa seca de frutos de manga da variedade Tommy Atkins

Variável resposta	Modelo	AIC	DPR	R^2	C^θ	C^u
Massa fresca	Gompertz	148,6959	10,6921	0,9961	0,4469	0,1315
	von Bertalanffy	156,3749	2,2902	0,9934	2,7562	0,3081
Massa seca	Gompertz	82,8675	1,8911	0,9942	1,3487	0,1463
	von Bertalanffy	83,2174	1,9086	0,9943	2,7562	0,3081

Source: from the authors (2024).

Com base nos resultados obtidos na Tabela 3, foram realizados os cálculos dos pontos críticos do modelo Gompertz (Tabela 4), visto que este modelo apresentou o melhor ajuste segundo os avaliadores de qualidade utilizados. Os pontos críticos calculados foram: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI), ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA) para a massa fresca e massa seca de frutos de manga da variedade Tommy Atkins. As coordenadas desses pontos foram obtidas a partir do trabalho de Silva *et al.* (2021).

Table 4: Pontos críticos: ponto de aceleração máxima (PAM), ponto de inflexão (PI), ponto de desaceleração máxima (PDM) e ponto de desaceleração assintótica (PDA), para massa fresca e massa seca de frutos de manga da variedade Tommy Atkins

Variável resposta	Pontos	PAM	PI	PDM	PDA
Massa fresca	Abcissa	30,5690	51,0240	71,4791	89,2443
	Ordenada	30,5769	154,1993	286,3590	355,1521
Massa seca	Abcissa	36,2827	71,4615	106,6404	137,1933
	Ordenada	6,4998	32,7789	60,8727	75,4965

Source: from the authors (2024).

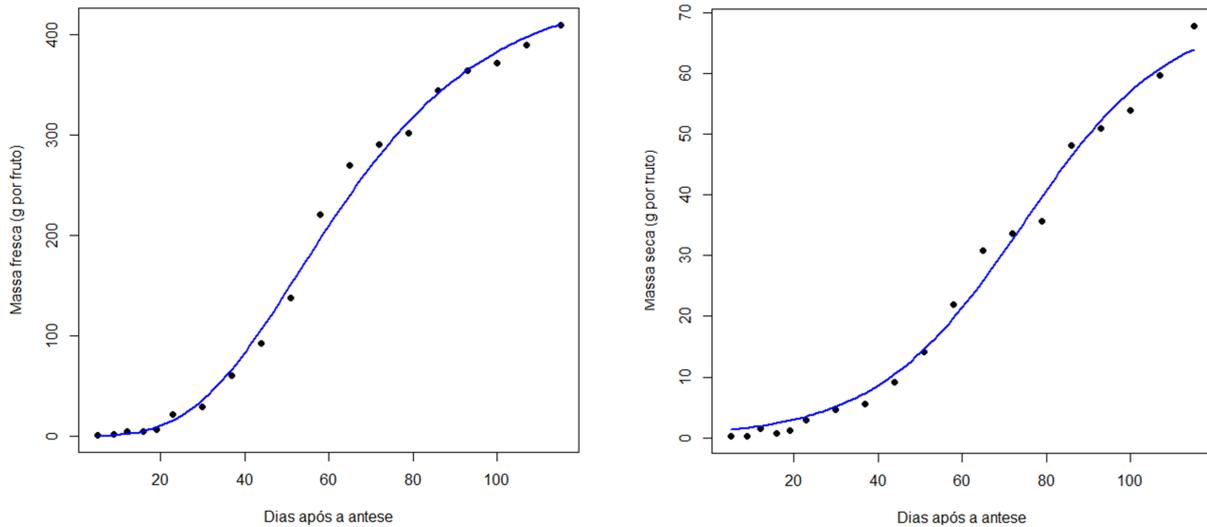
Os pontos críticos representam estágios fundamentais na compreensão do crescimento dos frutos. O PI determina o momento em que a taxa de crescimento é máxima. No caso da massa fresca, o PI ocorreu aos 51 DAA, com um acúmulo de 154 g. Para a massa seca, o PI ocorreu mais tarde, aos 71 DAA, com um acúmulo de 32 g.

Entre os pontos de PAM e PDM está a fase de maior crescimento do fruto, ou seja, é o momento em que ele irá acumular mais massa fresca ou seca (SARI *et al.*, 2018). Para a massa fresca, o PAM e o PDM ocorreram em 41 DAA, nessa fase o fruto ganhou aproximadamente 256 g de massa fresca. Já a massa seca apresentou ganho de 54 g em 70 DAA.

O PDA indica o momento em que a aceleração do crescimento do fruto se estabiliza. A partir desse ponto, os aumentos no crescimento tornam-se insignificantes. O fruto fresco atingiu PDA aos 89 DAA, acumulando 355,1512 g, resultado que está próximo do obtido por Freitas *et al.* (2022). O PDA para a massa seca ocorreu aos 137 DAA, acumulando 75,4965 g, valor abaixo do esperado para a massa seca de frutos de manga da variedade Tommy Atkins, para que o fruto tenha uma boa aceitação do consumidor (FREITAS *et al.*, 2022).

Os ajustes do modelo Gompertz aos dados de massa fresca e massa seca dos frutos de manga Tommy Atkins estão representados na Figura 1. Observa-se que o modelo se ajustou bem aos dados, confirmando os resultados obtidos nesse estudo. Além disso, o crescimento do fruto da manga seguiu um padrão de sigmoide simples. De acordo Coombe (1976), alguns frutos com caroço geralmente apresentam crescimento duplo sigmoide, com três etapas de crescimento, como verificado em frutos da amora preta (SILVA *et al.*, 2020), de café (FERNANDES *et al.*, 2022) e do pêssego (FERNANDES *et al.*, 2023).

Figure 1: Adjustment of the Gompertz model for fresh mass and dry mass considering fruit from Tommy Atkins mango trees.



Source: from the authors (2024).

Conclusões

Os modelos Gompertz e von Bertalanffy foram adequados para descrever a massa fresca e massa seca dos frutos de manga da variedade Tommy Atkins. De acordo com os avaliadores utilizados o modelo Gompertz apresentou melhores ajustes.

O peso assintótico da massa fresca do fruto da manga Tommy Atkins foi de aproximadamente 419 g, conforme estimado pelo modelo Gompertz. A estabilização do ganho de massa fresca ocorreu aos 89 dias após a antese (DAA), com acúmulo de 355 g. Já para a massa seca, o peso assintótico foi cerca de 89 g, com a estabilização ocorrendo mais tarde, aos 137 DAA, acumulando aproximadamente 75 g.

Agradecimentos

Os autores agradecem CNPq, CAPES e a FAPEMIG pelo apoio financeiro e ao núcleo de estudos em regressão não linear aplicada (NLIN) do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Lavras (DES-UFLA).

Referências

ACHIM, Z.; TORSTEN, H. Diagnostic checking in regression relationships. *R News*, v.2, n.3, p.7-10, 2022. Available from: URL

<https://cran.r-project.org/web/packages/lmtest/index.html>.

AZARIAS, E. C. P. et al. Study of the growth of Amaranthus weeds using non-linear models. *Brazilian Journal of Biometrics*, v. 42, n. 1, p. 1–19, 2024. DOI: 10.28951/bjb.v42i1.639.

AZARIAS, E. C. P. et al. Descrição das curvas de germinação de plantas daninhas em diferentes temperaturas por modelos não lineares. *Sigmae*, v. 12, n. 3, p. 1-9, 2023.

- COOMBE, B. G. The development of fleshy fruits. *Annual Review of Plant Physiology*, Palo Alto, v. 27, p. 507-528, 1976.
- CORTÉS, V. et al. A new internal quality index for mango and its prediction by external visible and near-infrared reflection spectroscopy. *Postharvest Biology and Technology*, v. 118, p. 148-158, 2016.
- EMBRAPA. Observatório Mercado de Manga da Embrapa Semiárido. 2022. Análise dos preços de manga (MI) ao produtor no Vale do São Francisco em 2020. Disponível em <https://www.embrapa.br/observatorio-da-manga>. Acesso em 06 jun. 2024.
- FERNANDES, T. J. et al. Parameterization effects in nonlinear models to describe growth curves. *Acta Scientiarum. Technology*, v. 37, n. 4, p. 397-402, 2015.
- FERNANDES, T. J. et al. Bayesian estimation of nonlinear models parameters in the description of growth coffee fruits. *Brazilian Journal of Biometrics*, v. 40, n. 4, p. 393-406, 2022.
- FERNANDES, J. G. et al. Avaliação de modelos não lineares na descrição da curva de crescimento do fruto de pessegueiro “aurora 1”. *Revista Foco*, v. 16, n. 9, p. e2993, 2023.
- FREITAS, S. T. de. et al. Mango dry matter content at harvest to achieve high consumer quality of different cultivars in different growing seasons. *Postharvest Biology and Technology*, v. 189, p. 111917, 2022.
- FRÜHAUF, A.C. et al. Nonlinear models in the study of the cedar diametric growth in a seasonally dry tropical forest. *Revista Brasileira De Ciências Agrárias*, v. 15, p. e8558, 2020.
- JANE, S. A. et al. Nonlinear models to describe height and diameter of sugarcane rb92579 variety. *Revista Ciência Agronômica*, v. 51, n. 4, p. e20196660, 2020.
- JOHN, F.; SANDFOR W. An R companion to applied regression. 3rd ed. Thousand Oaks: Sage, 2023 Available from: URL <https://cran.r-project.org/web/packages/car/index.html>.
- LAWSON, T. et al. Characterization of Southeast Asia mangoes (*Mangifera indica* L) according to their physicochemical attributes. *Scientia Horticulturae*, v. 243, p. 189-196, 2019.
- LIMA, K. P. D. et al. Ajuste de modelos não lineares para descrição do fruto cajá-manga. *Sigmae*, v. 8, n. 2, p. 221-226, 2019.
- MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem Bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. *Ciência Rural*, v. 38, p. 1516-1521, 2008.
- NASCIMENTO, A. P. G. do. et al. As características físico-químicas da manga espada (*mangifera indica*) e sua participação no mercado brasileiro de exportação. *Altus Ciência*, v. 20, n. 20, p. 357-375, 2023.
- NTSOANE, M. L. et al. Quality assesment and postharvest technology of mango: A review of its current status and future perspectives. *Scientia Horticulturae*, 249, 77-85, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.scienta.2019.01.033>

- PINHEIRO, J. *et al.* Linear and nonlinear mixed effects models. 2023. Available from: URL <https://cran.rproject.org/web/packages/nlme/index.html>.
- PRADO, T.K.L. do *et al.* Study on the growth curve of the internal cavity of *¿Dwarf green?* coconut fruits. *Revista Ciência Agronômica*, v. 51, p. e20154591, 2020.
- R CORE TEAM. *R*: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2024. URL <https://www.R-project.org/>.
- SARI, B. G. *et al.* Nonlinear modeling for analyzing data from multiple harvest crops. *Agronomy Journal*, v. 110, n. 6, p. 2331-2342, 2018.
- SILVA, É. M. d. *et al.* Description of blackberry fruit growth by nonlinear regression models. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 42, n.2, p. e-177, 2020.
- SILVA, É. M. D. *et al.* Evaluation of the critical points of the most adequate nonlinear model in adjusting growth data of ‘green dwarf’coconut fruits. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 43, n. 1, p. e-726, 2021.
- SILVA E. M. *et al.* Método de Newton e Gauss-Newton na estimação dos parâmetros de modelo de regressão não linear. *Sigmae*, v. 8, n. 2, p. 728-734, 29 Jul. 2019a.
- SILVA, É. M. D. *et al.* O crescimento de frutos de pêssegos caracterizados por modelos de regressão não lineares. *Sigmae*, v. 8, n. 2, p. 290-294, 2019b.
- SILVA, F. F. *et al.* Abordagem Bayesiana da curva de lactação de cabras Saanen de primeira e segunda ordem de parto. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v. 40, n.1, p. 27-33, 2005.
- SILVEIRA, S.C. *et al.* Modelos não lineares ajustados à produção acumulada de biogás provenientes de camas sobrepostas de suínos. *Revista Agrogeoambiental*, v. 10, p. 91-103, 2018.
- SINGH, Z. *et al.* Mango-postharvest biology and biotechnology. *Critical Reviews in Plant Sciences*, v. 32, n. 4, p. 217-236, 2013.
- SOUZA, F. V de. *Curva de crescimento e exportação de nutrientes e sódio por frutos de mangueira Palmer, Haden e Tommy Atkins.*. 54 f. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciência do Solo) - Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 2007.
- TEIXEIRA, G. L. *et al.* Growth curves of campolina horses using nonlinear models. *Livestock Science*, Elsevier, v. 251, p. 104631, 2021.
- VILVERT, J. C. *et al.* Dimensionamento amostral para caracteres de qualidade pós-colheita de mangas ‘Palmer’. *Revista Brasileira de Fruticultura*, v. 43, p. e-014, 2021.