

## **Análise de séries temporais: um estudo da carteira de investimentos da bolsa de valores das empresas Petrobras, Banco do Brasil, Vale e Ambev**

Bruno Picioli Toselli<sup>1†</sup> Nadia Giaretta Biase<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Uberlândia-MG

**Resumo:** O cenário financeiro global, marcado por considerável volatilidade nos últimos anos, especialmente durante eventos econômicos, geopolíticos e de saúde, destaca a urgência de estratégias robustas de gestão de riscos. A volatilidade nos mercados financeiros, evidenciada pela pandemia da COVID-19, reforça a importância da análise de séries temporais financeiras. Essas teorias oferecem uma visão temporal dos dados, permitindo a identificação de tendências e padrões nos mercados. Este estudo emprega os modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1,1) para analisar a série de retornos de uma carteira de investimentos, destacando suas performances significativas na compreensão da volatilidade condicional. O modelo GARCH(1,1) apresenta resultados robustos, indicando aumento gradual na volatilidade condicional, orientando estratégias cautelosas de mitigação de riscos. Por outro lado, o modelo EGARCH(1,1) prevê um leve decréscimo na volatilidade, permitindo estratégias assertivas em um ambiente de menor variabilidade. Essas projeções proporcionam insight(s) essenciais para a gestão de carteiras, destacando a importância de decisões informadas e estratégias adaptativas no cenário dinâmico dos investimentos.

**Palavras-chave:** Modelo GARCH; Modelo EGARCH; Mercado Financeiro; Gestão de Riscos; Volatilidade Condicional.

## **Time series analysis: a study of the stock exchange investment portfolio of the companies Petrobras, Banco do Brasil, Vale and Ambev.**

**Abstract:** The global financial landscape, marked by significant volatility in recent years, especially during economic, geopolitical, and health events, underscores the urgency of robust risk management strategies. Market volatility, as highlighted by the COVID-19 pandemic, reinforces the importance of financial time series analysis. These theories offer a temporal view of data, enabling the identification of trends and patterns in markets. This study employs the GARCH(1,1) and EGARCH(1,1) models to analyze the return series of an investment portfolio, highlighting their significant performance in understanding conditional volatility. The GARCH(1,1) model yields robust results, indicating a gradual increase in conditional volatility, guiding cautious risk mitigation strategies. Conversely, the EGARCH(1,1) model predicts a slight decrease in volatility, allowing for assertive strategies in a less variable environment. These projections provide essential insight(s) for portfolio management, emphasizing the importance of informed decision-making and adaptive strategies in the dynamic landscape of investments.

**Keywords:** GARCH Model; EGARCH Model; Financial Market; Risk Management; Conditional Volatility.

---

<sup>†</sup>Autor correspondente: [bruno.toselli@ufu.br](mailto:bruno.toselli@ufu.br)

Manuscrito recebido em: 15/07/2024  
Manuscrito revisado em: 04/10/2024  
Manuscrito aceito em: 04/10/2024

## Introdução

Nos últimos anos, o mercado financeiro global tem sido caracterizado por uma volatilidade significativa, influenciada por uma série de fatores econômicos, geopolíticos e sanitários. Pesquisas recentes, como o estudo de Zhang, Hu, e Ji (2020), abordam o impacto da pandemia da COVID-19 no risco do mercado de ações, destacando a urgência de estratégias robustas de gestão de riscos. A pesquisa explora a interconexão entre eventos macroeconômicos e flutuações nos preços dos ativos, enfatizando a importância fundamental de compreender as dinâmicas de mercado para investidores e gestores de ativos. O trabalho indica a necessidade contínua de análises aprofundadas diante do cenário volátil que foi a pandemia da COVID-19. Diante desse cenário, a volatilidade significativa nos mercados financeiros, como mencionado anteriormente, destaca a necessidade crítica de estratégias eficazes de gestão de riscos. Harry Markowitz (1952), pioneiro na Teoria Moderna do Portfólio, reconheceu essa importância ao propor uma abordagem inovadora para a construção de carteiras de investimento.

Ao considerar a relação entre risco e retorno de um portfólio como um todo, Harry Markowitz (1952) enfatizou a diversificação de ativos como uma maneira de reduzir o risco total de uma carteira. Sua teoria estabeleceu as bases para a moderna gestão de investimentos, influenciando práticas de alocação de ativos em todo o mundo e permanecendo uma referência fundamental para investidores e gestores de portfólio até os dias atuais.

Ainda no contexto da crescente volatilidade nos mercados financeiros e da importância da gestão de riscos, a aplicação da modelagem GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) torna-se uma ferramenta vital para analisar e prever a volatilidade dos ativos financeiros, alinhando-se com a teoria de séries temporais financeiras. A modelagem GARCH, ao incorporar a heterocedasticidade condicional, permite capturar as mudanças na volatilidade ao longo do tempo, oferecendo uma abordagem mais dinâmica e adaptativa à gestão de riscos. Essa metodologia vai além da simples identificação de padrões temporais, permitindo uma compreensão mais profunda das flutuações nos preços dos ativos e, assim, contribuindo para estratégias mais precisas de gerenciamento de riscos (Morettin & Tolo, 2020).

Além disso, ao considerar a gestão de riscos, a modelagem GARCH se destaca como uma ponte entre a teoria de séries temporais financeiras e estratégias práticas. A capacidade dessa abordagem em identificar mudanças nas condições de mercado e antecipar variações na volatilidade reforça seu papel crucial na gestão proativa de riscos financeiros, conectando-se diretamente às necessidades práticas dos gestores de ativos e investidores.

O estudo de Júnior & Kobunda (2019), centrado na modelagem GARCH, oferece uma valiosa contribuição para entender a volatilidade do Índice Bovespa de 2001 a 2016. Utilizando modelos de séries temporais financeiras, especialmente GARCH, EGARCH e TARCH, a pesquisa destaca a assimetria e leptocurtose, revelando a natureza não normal dos retornos do Ibovespa. Ao aplicar esses modelos, o estudo ressalta a persistência e assimetria nos choques, evidenciando que eventos negativos geram períodos mais longos de volatilidade do que choques positivos. Essa característica de memória longa na volatilidade do mercado reforça a necessidade de ferramentas analíticas avançadas, como os modelos GARCH, para antecipar esses padrões. A conclusão destaca a importância de ações proativas por parte de agentes públicos e privados para gerenciar os riscos externos ao mercado acionário, especialmente durante choques negativos. Isso ressalta a aplicabilidade prática da modelagem GARCH na gestão de riscos financeiros, fornecendo *insight(s)* específicos sobre como lidar com a volatilidade em um mercado caracterizado por persistência e assimetria. O trabalho de Thomaz et al. (2020) oferece uma contribuição valiosa ao detalhar sistematicamente a aplicação e avaliação prática de um modelo GARCH na modelagem da volatilidade de um ativo financeiro. A abordagem compara modelos especificados com diferentes funções de probabilidade (normal e t de Student) e avalia o desempenho na previsão utilizando dois critérios: volatilidade realizada e retornos absolutos. Os resultados revelaram que o uso da distribuição t de Student proporcionou melhor desempenho, tanto no ajuste como na previsão, destacando a importância de escolher uma distribuição adequada, especialmente dada a natureza das séries financeiras com caudas mais pesadas que a distribuição normal.

Segundo esses mesmos autores, constatou-se ainda que a especificação adequada para a distri-

buição dos resíduos melhorou a consistência da modelagem e aprimorou os resultados da previsão, o que reforça a importância prática de corretamente especificar a distribuição de probabilidade do modelo GARCH. A avaliação pelo critério da volatilidade realizada mostra ganhos significativos de desempenho, ressaltando a relevância de critérios alternativos à medição de retornos absolutos, sujeitos a ruídos elevados. Finalmente, o estudo aponta para a utilidade prática dessa abordagem ao auxiliar estudantes, investidores e pesquisadores na obtenção de uma correta especificação de modelos GARCH, e sugere perspectivas futuras, incluindo modelos assimétricos na análise da volatilidade dos retornos da série ABEV3.

A importância da estatística no mercado financeiro vai além da análise de dados. Ela desempenha um papel vital na gestão de riscos, na formulação de estratégias de investimento e na tomada de decisões informadas. Portanto, a conexão entre métodos estatísticos e o mercado financeiro é um aspecto essencial para investidores, analistas profissionais financeiros em um ambiente onde a precisão e a compreensão dos dados são fundamentais para o sucesso. Tal como o estudo de Assis, Carrano & Pereira (2020). A pesquisa destaca a implementação de um metaclassificador baseado em sete técnicas de inteligência computacional, incluindo programação genética, máquinas de vetor de suporte, florestas aleatórias, redes neurais, árvore de decisão, otimização mínima sequencial e redes Bayesianas. Ao empregar um arcabouço estatístico robusto, o metaclassificador apresentou resultados superiores em comparação com baselines e métodos concorrentes. A utilização de métodos estatísticos na modelagem e previsão de séries temporais financeiras é crucial, pois permite uma análise mais precisa e informada, alinhada aos objetivos da pesquisa.

A integração de métodos estatísticos avançados, como o metaclassificador proposto, destaca a capacidade de utilizar ferramentas estatísticas sofisticadas para descobrir tendências em séries financeiras, agregando valor tanto à pesquisa acadêmica quanto ao cenário prático do mercado financeiro.

Dentro deste contexto, este estudo, objetivou-se compreender a estrutura de decomposição da série temporal dos retornos semanais de uma carteira de investimentos composta por quatro empresas listadas na bolsa de valores: Petrobras (PETR4), Banco do Brasil (BBSA3), Vale (VALE3) e Ambev (ABEV3). Utilizando técnicas de análise de séries temporais financeiras buscou-se identificar as características dos retornos semanais, ajustando modelo GARCH e avaliando sua eficiência. Adicionalmente, foram realizadas as previsões sobre o comportamento da carteira, buscando contribuir para a minimização de riscos e a identificação de oportunidades de investimento.

## Fundamentação Teórica

### Índices Financeiros

#### Retornos

Segundo Tsay (2005), em primeiro lugar, para investidores comuns, o retorno de um ativo constitui um resumo abrangente e sem restrições de escala da viabilidade de investimento. Além disso, séries de retornos oferecem maior facilidade de tratamento em comparação com séries de preços, em virtude de suas propriedades estatísticas mais favoráveis. Entretanto, vale salientar que existem múltiplas definições para o retorno de um ativo.

Segundo Morettin & Tolo (2020), usaremos  $P_t$  para denotar o preço de um ativo em um momento específico, geralmente em um dia de negociação. Começando com a suposição de que não há distribuição de dividendos durante esse período, podemos calcular a variação nos preços entre os momentos  $t - 1$  e  $t$ , e definimos o retorno líquido simples desse ativo nesse intervalo de tempo como:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (1)$$

O retorno é expresso em porcentagem, relativamente ao período (dia, mês, ano, etc) e é também chamado de taxa de retorno.

Na prática, é mais vantajoso lidar com retornos, pois eles não têm uma unidade de medida específica, ao contrário dos preços, e apresentam propriedades estatísticas mais atrativas, como estacionariedade. Portanto, um dos principais objetivos é a modelagem dos retornos. Existem várias categorias de modelos que podem ser empregados para essa finalidade, incluindo modelos ARMA, modelos ARCH, modelos GARCH e modelos de volatilidade estocástica.

#### • Retorno de Carteira de investimentos

Segundo Tsay (2005), o retorno simples de uma carteira composta por  $N$  ativos é uma média ponderada dos retornos líquidos simples dos ativos envolvidos, em que o peso de cada ativo é a porcentagem do valor da carteira investida nesse ativo.

Seja  $p$  uma carteira que atribui o peso  $w_i$  ao ativo  $i$ . Desse modo, tem-se que:

$$\omega_i = \frac{\text{Valor do ativo } i}{\text{total investido no portfólio}}. \quad (2)$$

Então o retorno simples da carteira  $p$  no tempo  $t$  é:

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^N w_i R_{it}, \quad (3)$$

em que  $R_{it}$  é o retorno simples do ativo  $i$ .

#### Volatilidade

A volatilidade, no contexto financeiro, é uma medida fundamental que reflete a flutuação e o risco associados aos ativos e mercados. Ela descreve a variabilidade dos preços ao longo do tempo e desempenha um papel essencial na gestão de riscos e na tomada de decisões de investimento.

Segundo Tsay (2005), a volatilidade refere-se à variação ou flutuação dos preços de ativos financeiros ao longo do tempo. Além disso, a volatilidade não é diretamente observável, mas é uma medida estatística que indica a magnitude das mudanças de preços. Para o autor, a volatilidade possui características, tal como aglomerados de volatilidade, evolução contínua ao longo do tempo, limites em sua variação e reações diferenciadas a grandes movimentos de preço, conhecido como efeito de alavancagem.

Morettin & Tolo (2020), apresentam a volatilidade ou variância condicional de uma variável de várias maneiras numa série financeira, de modo que:

- i. A volatilidade aparece em grupos, de maior ou menor variabilidade;
- ii. A volatilidade evolui continuamente no tempo, podendo ser considerada estacionária;
- iii. Ela reage de modo diferente a valores positivos ou negativos da série.

Ainda para esses autores, consideremos uma série de retornos, ou taxas de crescimento de uma variável  $P_t$  (preço de um ativo financeiro), dada por:

$$X_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (4)$$

e sejam:

$$\mu_t = E(X_t|F_{t-1}), h_t = Var(X_t|F_{t-1}) \quad (5)$$

a média e a variância condicional de  $X_t$ , onde  $F_{t-1}$  é a informação até o instante  $t-1$  que consideraremos ser  $(X_{t-1}, \dots, X_1)$ .

Suponha-se que  $\mu_t = 0$ , de modo que,  $h_t = E(X_t^2|F_{t-1})$ .

A volatilidade não apenas reflete a flutuação e o risco associados aos ativos e mercados, mas também desempenha um papel crucial na gestão de riscos e na tomada de decisões de investimento.

Como mencionado por Tsay (2005) e Morettin & Toloï (2020), entender a volatilidade é essencial para capturar padrões temporais nos dados financeiros e para avaliar a magnitude das mudanças de preços.

Ao considerar cuidadosamente a volatilidade e incorporá-la adequadamente nos modelos financeiros, os investidores podem estar mais bem preparados para enfrentar os desafios e aproveitar as oportunidades nos mercados financeiros em constante evolução. Portanto, é crucial avaliar e incluir a volatilidade nos modelos, garantindo uma análise mais abrangente e precisa do ambiente de investimento.

## Modelo ARCH

Segundo Morettin & Toloï (2020), os modelos ARCH (modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional) foram introduzidos por Engle (1982), com o objetivo de estimar a variância da inflação. Esses modelos tem como base a ideia de que o retorno  $r_t$  não é correlacionado ao longo do tempo, porém, a volatilidade condicional depende de retornos passados por meio de uma função quadrática.

Um modelo ARCH(m) é definido por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t ,$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m X_{t-m}^2 ,$$

em que  $\epsilon_t$  representa os erros aleatórios independentes e identicamente distribuídos (i.i.d) com média zero,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, m - 1$ .

Usualmente supomos que  $\epsilon \sim N(0, 1)$  ou uma distribuição que descreva melhor as caudas pesadas de séries financeiras. Já os coeficientes  $\alpha_i$  devem satisfazer certas condições, dependendo do tipo de imposição sobre o processo  $X_t$ .

Os modelos ARCH, embora possuam vantagens discutidas por Tsay (2005), apresentam algumas fraquezas. O modelo assume que choques positivos e negativos afetam a volatilidade da mesma maneira, o que não condiz com a resposta diferenciada do mercado a esses eventos. Além disso, a restrição imposta ao parâmetro  $\alpha^2$  em modelos ARCH(1) e a complexidade aumentada em ordens superiores limitam a capacidade de capturar a curtose excessiva, especialmente em modelos com inovações gaussianas.

Adicionalmente, o modelo ARCH não proporciona novas perspectivas para compreender as fontes de variação em séries temporais financeiras. Ele descreve mecanicamente o comportamento da variância condicional, sem oferecer *insight(s)* sobre as causas desse comportamento. Por fim, modelos ARCH tendem a superestimar a volatilidade devido à resposta lenta a grandes choques isolados na série de retornos.

## Modelos GARCH

Box et al. (2016) descrevem o modelo GARCH como uma abordagem estatística essencial para a modelagem da volatilidade condicional em séries temporais financeiras. Ele reconhece que a volatilidade não é constante, mas sim condicional e sujeita a mudanças. Esse modelo leva em consideração informações passadas para prever a volatilidade futura, sendo amplamente utilizado na gestão de riscos e previsões financeiras. Os modelos GARCH foram sugeridos por Bollerslev (1986), denominados modelos auto-regressivos com heterocedasticidade condicional generalizados. A ideia desses modelos é que o retorno é não correlacionado ao longo do tempo, mas a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio da função quadrática.

De acordo com os autores, Morettin & Toloï (2020), o modelo GARCH pode ser usado para descrever a volatilidade com menos parâmetros do que um modelo ARCH. Assim, um modelo GARCH(r, s) é definido por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t , \quad (6)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j} , \quad (7)$$

em que  $e_t$  é independente e identicamente distribuído e que usualmente são normais ou seguem uma distribuição  $t$  de Student,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_j \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_j) < 1$ ,  $q = \max(r, s)$ .

Um modelo bastante usado na prática é o GARCH(1,1), para o qual a volatilidade é expressa como:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad (8)$$

com  $0 \leq \alpha_1$ ,  $\beta_1 < 1$ ,  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ .

Os modelos GARCH possuem vantagens e desvantagens, volatilidades altas são precedidas de retornos ou volatilidades grandes, observando os grupos de volatilidades presentes em séries financeiras.

Os modelos GARCH se destacam por sua capacidade de prever volatilidades elevadas e identificar padrões de volatilidade em séries financeiras. Ao observar como as volatilidades altas são precedidas por retornos ou volatilidades grandes, esses modelos oferecem uma vantagem distinta na gestão de riscos nos mercados financeiros.

No entanto, é importante reconhecer que os modelos GARCH também apresentam desafios, especialmente em relação à sua complexidade de implementação e à sensibilidade aos dados e parâmetros. Portanto, uma compreensão aprofundada tanto das vantagens quanto das desvantagens desses modelos é essencial para uma aplicação eficaz na análise financeira e na tomada de decisões de investimento.

## Modelos EGARCH

Segundo Morettin & Toloi (2020), o modelo EGARCH é uma extensão do GARCH que oferece uma abordagem mais flexível e poderosa para a modelagem da volatilidade condicional. Ao incorporar a assimetria na volatilidade, o EGARCH reconhece que os mercados reagem de maneira diferente às notícias positivas e negativas. Isso o torna valioso na análise de eventos extremos e na gestão de riscos em situações complexas.

Dessa forma, Nelson (1991) introduziu os modelos EGARCH (“Exponential GARCH”). Um modelo EGARCH(1,1) é definido como:

$$X_t = \sqrt{h_t} e_t, \quad (9)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 g(e_t - 1) + \beta_1 \ln(h_t - 1), \quad (10)$$

em que  $e_t$  é independente e identicamente distribuído e que usualmente são normais ou seguem uma distribuição  $t$  de Student e  $g(\cdot)$  é a curva de impacto de informação, dada por

$$g(e_t) = \theta_{e_t} + \gamma(|e_t| - E(|e_t|)), \quad (11)$$

em que  $\theta$  e  $\gamma$  são parâmetros reais,  $|e_t| - E(|e_t|)$  é uma sequência i.i.d. com média zero.

A curva pode ser escrita como:

$$g(e_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)e_t - \gamma E(|e_t|) & \text{se } e_t \geq 0 \\ (\theta - \gamma)e_t - \gamma E(|e_t|) & \text{se } e_t < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Essa assimetria permite que a volatilidade responda mais rapidamente a retornos negativos do que positivos, fato este conhecido como “efeito alavanca”.

## Metodologia

### Base de Dados

A extração das informações para a estruturação da série temporal dos retornos da carteira foi realizada com o auxílio do pacote R denominado Quantmod. Este pacote, amplamente utilizado na análise financeira, oferece ferramentas e funções poderosas para a aquisição e manipulação de dados financeiros. Com o Quantmod, os profissionais financeiros e pesquisadores podem coletar e organizar

informações de mercado de forma eficiente, facilitando a análise de séries temporais financeiras e a tomada de decisões informadas.

A estruturação da série temporal envolveu tratamentos e manipulações da base de dados, todos executados no ambiente do *software* R. Esta abordagem permitiu a criação de uma série temporal que atendeu aos requisitos específicos da análise, além de possibilitar a implementação de modelos estatísticos e a realização de avaliações detalhadas. O R, com suas poderosas capacidades de processamento de dados e análise estatística, desempenhou um papel fundamental na preparação da série temporal, garantindo a qualidade e a confiabilidade dos dados utilizados na pesquisa.

A série temporal, devidamente estruturada, contemplou os períodos desde Janeiro de 2010 até Setembro de 2023. Durante esse extenso período, foram incorporadas as informações de mercado necessárias para a análise de volatilidade, oferecendo uma visão abrangente da evolução dos retornos semanais ao longo dos anos. A escolha desse intervalo temporal específico foi fundamental para a compreensão das dinâmicas do mercado e a avaliação do desempenho dos modelos estatísticos, permitindo uma análise abrangente dos dados financeiros.

## Métodos de Modelagem

Inicialmente, foi calculada a taxa de retorno da carteira conforme as equações 1 e 3, utilizando como pesos para cada ação 25%. Posteriormente, foi apresentado o retorno acumulado das ações e da carteira de investimento com intuito de monitorar o progresso dos investimentos ao longo do tempo, adaptando-se continuamente às condições do mercado.

Por seguinte, foi iniciada a avaliação da série temporal do retorno da carteira de investimento, analisando, inicialmente, o gráfico da série original para verificar a estacionariedade da mesma, no qual foram aplicados os testes de raiz unitária, propostos por Dickey e Fuller (1979) e Phillips e Perron (1988). O teste Aumented Dickey-Fuller, denominado por teste ADF, pode ser dado por:

$$\delta X = \alpha + \beta_t t + \gamma X_{t-1} + \sum_{i=1}^m \sigma_i \delta X_{t-1} + \epsilon_t \quad (13)$$

em que  $\delta X$  é operador de diferenças temporais de  $X$ ,  $\beta_t$  é o coeficiente de tendência do modelo,  $\gamma$  é coeficiente da presença de raiz unitária,  $\sum_{i=1}^m \sigma_i \delta X_{t-1}$  são as defasagens incluídas no modelo e  $\epsilon$  é o termo aleatório.

O teste de Phillips-Perron considera a mesma regressão e é uma generalização do teste de Dickey-Fuller quando os erros são heterocedásticos.

Em ambos os testes, a hipótese nula é de que a série é estacionária, ou seja, não apresenta raiz unitária.

Em seguida, a autocorrelação da série é analisada a partir dos gráficos da função de autocorrelação (FAC) e função da autocorrelação parcial (FACP) juntamente com o teste de Ljung-Box (Ljung & Box, 1978). O procedimento mencionado é realizado nas 20 defasagens iniciais, uma vez que, de acordo com as indicações de Morettin (2020), esse é um montante adequado para a avaliação da autocorrelação. Se houver presença da mesma, é aplicado um modelo ARMA(p,q) para removê-la.

Para verificar a heterocedasticidade condicional e efeitos ARCH na série, investiga-se se as variações nos retornos exibem dependência de variância (efeitos ARCH), justificando assim a utilização de um modelo GARCH. Para esse propósito, são implementados os testes estatísticos ARCH-LM (Engle, 1982).

A determinação dos modelos GARCH é obtida por meio da iteração que busca as ordens  $m$  e  $n$  que minimizam os critérios de AIC. Os modelos são especificados seguindo a distribuição normal. Ainda na modelagem, é feita a análise dos resíduos padronizados para verificar o ajuste do modelo. Nessa fase, busca-se identificar a ausência de correlação e se não possuem heterocedasticidade condicional usando os testes mencionados anteriormente. Além disso, na verificação da normalidade é aplicado o teste de Jarque-Bera (Jarque & Bera, 1987).

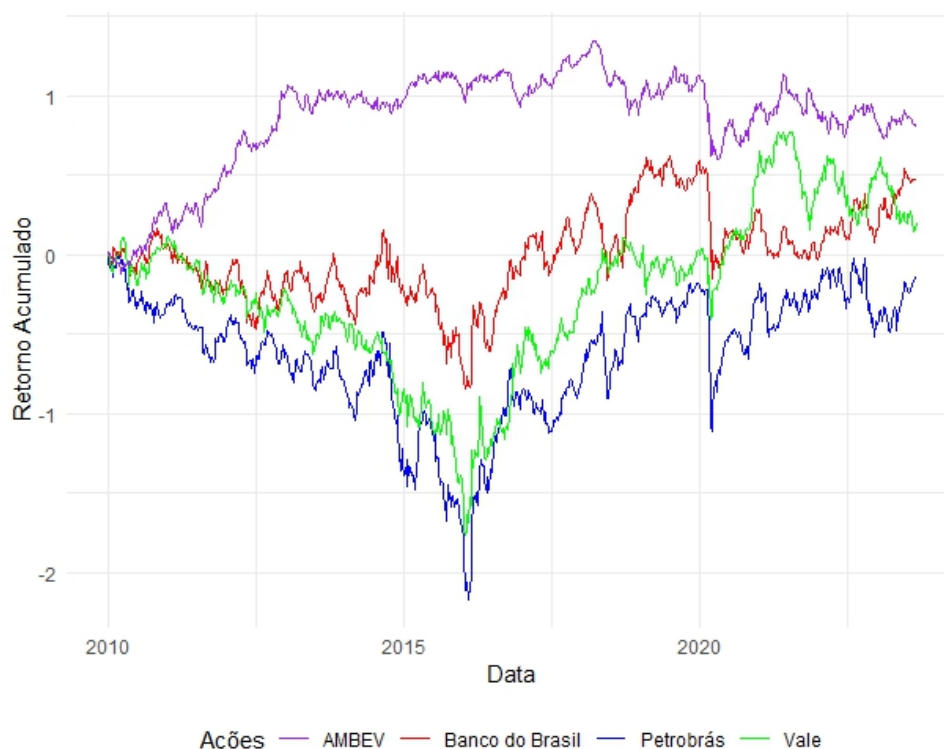
Por fim, é realizada a previsão e avaliação da predição para comparação dos modelos,, utilizando o erro médio absoluto (MAE), a raiz do erro quadrático médio (RMSE) e o erro médio percentual absoluto (MAPE), computados sob ambos os critérios de comparação. Já a previsão da volatilidade condicional é realizada para os próximos 18 períodos semanais, visando verificar a robustez do modelo no contexto temporal mais imediato. Essa análise permite uma avaliação mais aprofundada do desempenho do modelo GARCH na captura das variações na volatilidade ao longo do tempo, contribuindo para uma compreensão mais abrangente da sua eficácia na modelagem de movimentos de mercado.

## Resultados

Inicialmente, conduziu-se uma análise exploratória detalhada dos retornos de cada ativo, bem como da carteira como um todo. A Figura 1 apresenta o retorno acumulado no período compreendido entre Janeiro de 2010 a Setembro de 2023 para cada ação em questão.

Ao examinar o gráfico, torna-se evidente que as ações apresentaram notáveis picos negativos e semelhante desempenho no seus retornos, com exceção da AMBEV que manteve um desempenho acima das demais durante o período em análise. Além disso, é digno de nota o período de turbulência associado à pandemia em 2020, no qual todas as ações sofreram uma acentuada queda nos retornos. Esse fenômeno ilustra a importância de compreender a resiliência e a volatilidade dos ativos em diferentes contextos econômicos.

Figure 1: Accumulated return for each share between Jan/2010 and Sep/23.

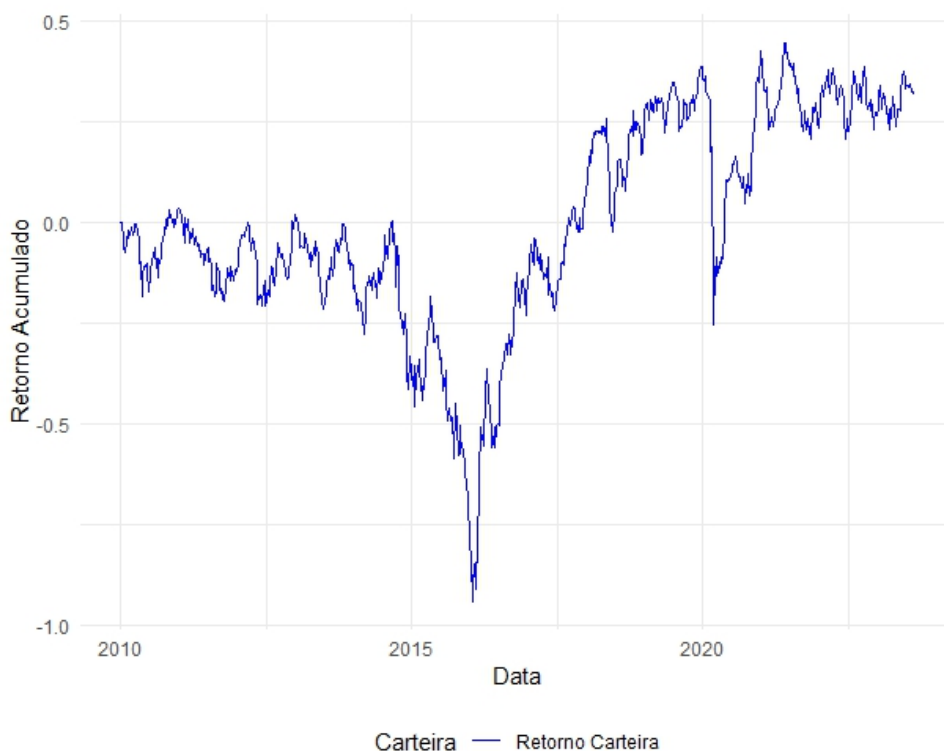


Source: from the authors (2024).

A Figura 1 exibe o retorno acumulado da carteira no período entre Janeiro de 2010 a Setembro de 2023. É notável a presença de padrões semelhantes aos observados nos picos de desempenho, tanto positivos quanto negativos, nas ações individuais que compõem a carteira. Além disso, destaca-se que em torno do ano de 2015, a carteira experimentou uma queda em seus retornos. No entanto, logo em seguida, foi capaz de se recuperar, exibindo uma tendência positiva notável e sustentada.



Figure 2: Accumulated portfolio return between Jan/2010 and Sep/23.



Source: from the authors (2024).

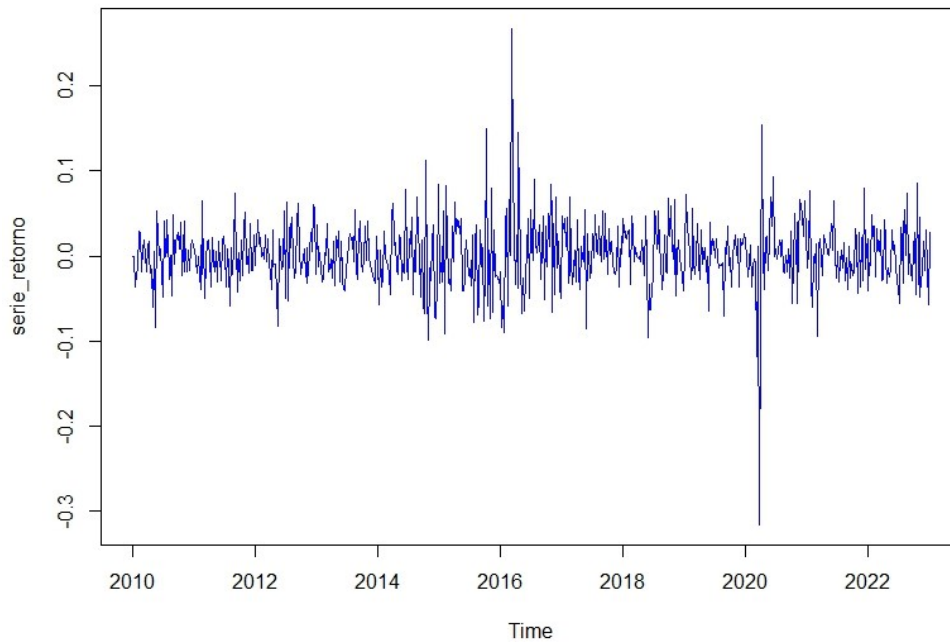
Em seguida, realizou-se a análise da série temporal dos retornos da carteira, conforme apresentado na Figura 2. Foi possível verificar que a série apresenta características estacionárias. Isso se deve à aplicação do retorno com base nos preços dos ativos, o que contribuiu para a estabilização do valor médio. Além disso, é perceptível a presença de *clusters* de volatilidade, indicando que há períodos na série em que a variabilidade é mais alta, intercalados com períodos de menor volatilidade. Portanto, pode-se concluir que a variabilidade da série não é homogênea ao longo do tempo. Esse fenômeno é particularmente evidente em 2020, quando houve uma significativa queda no mercado durante a pandemia. Além disso, para confirmar a estacionariedade da série, foi realizado o teste de Dick-Fuller.

Este teste é amplamente utilizado na análise de séries temporais para verificar se uma série temporal é estacionária ou não. Ele compara a série original com sua versão diferenciada e calcula um valor de p-valor. Se o p-valor encontrado for inferior ao nível de significância de 5%, como no caso deste teste (0,01), podemos rejeitar a hipótese nula de não estacionariedade, confirmando assim que a série é estacionária. Isso significa que a série não apresenta tendências ou padrões de comportamento que mudam ao longo do tempo, tornando-a mais adequada para análises de séries temporais e previsões futuras.

Com o objetivo de identificar a presença de autocorrelação e potenciais efeitos ARCH na série, foi realizados o cálculo da Função de Autocorrelação (FAC) e da Função de Autocorrelação Parcial (FACP), conforme demonstrado na Figura 4. Ao analisar ambos os gráficos, foi evidente que tanto a FAC quanto a FACP exibiram picos significativos. Portanto, é possível inferir que a série manifesta correlações entre seus valores anteriores, e há indícios de efeitos de heterocedasticidade condicional, que são característicos de processos ARCH.

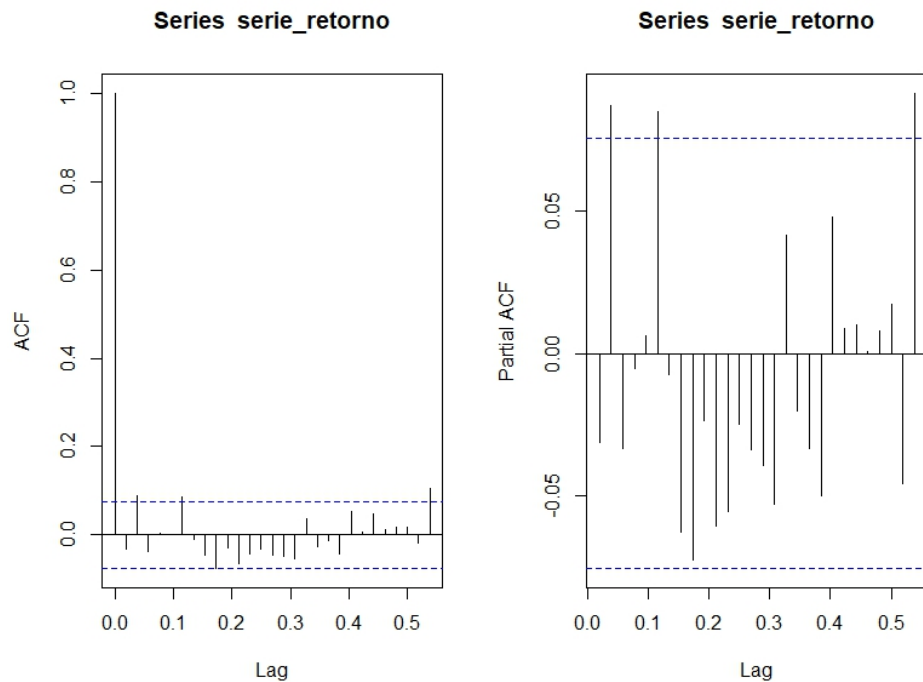
Para confirmar essas observações, foi aplicado o teste de Ljung-Box para autocorrelação e o teste ARCH-LM para efeitos ARCH, apresentados na Tabela 1. Esses resultados revelam que os valores p do teste de Ljung-Box indicam a ausência de autocorrelação significativa na série ( $p$  valor  $> 0,05$ ), eliminando assim a necessidade de aplicar um modelo ARMA para corrigir a autocorrelação.

Figure 3: Portfolio return time series.



Source: from the authors (2024).

Figure 4: Portfolio Return Series FAC and FACP.



Source: from the authors (2024).

Além disso, os resultados do teste ARCH-LM indicam a existência de heteroscedasticidade condicional de acordo com o valor  $p$  menor que 5% de significância, um fenômeno que o modelo GARCH se propõe a modelar. Essa constatação também é observada no estudo de Alves (2007), que realiza uma análise comparativa dos retornos utilizando o modelo CAPM para as ações da Petrobrás, incorporando o teste ARCH-LM com uma defasagem. Este procedimento destaca a importância de considerar a vo-

latilidade condicional ao avaliar o desempenho e a precificação de ativos financeiros, especialmente em contextos nos quais as variações na volatilidade desempenham um papel significativo, como evidenciado pelo resultado do teste ARCH-LM.

Table 1: Table of autocorrelation tests and ARCH effects of the return series.

Teste	Valor p
Box-Ljung test	0,4156
ARCH-LM	0,0000

Source: from the authors (2024).

Continuando a análise da série de retornos da carteira, aplicou-se o teste de normalidade dos dados usando dois testes apresentados na Tabela 2, o teste de Shapiro-Wilk e o teste de Jarque-Bera. Após aplicar ambos os testes, é evidente que os dados não aderem a uma distribuição normal com um nível de significância de 5%, pois os valores-p de ambos os testes são menores do que 0,05, o que levou à rejeição da hipótese de nulidade de que os dados seguem a distribuição normal.

Table 2: Table normality tests for the return series.

Teste	Valor p
Shapiro-Wilk normality test	< 0,0000
Jarque-Bera Normality Test	< 0,0000

Source: from the authors (2024).

Após a análise exploratória dos dados e a investigação da série temporal, foi realizado o ajuste de um modelo GARCH, devido à identificação, na seção anterior, de evidências estatísticas da presença de heterocedasticidade na série.

Foram conduzidos testes em dois modelos da família ARCH: GARCH(1,1) e EGARCH(1,1). A escolha desses modelos foi orientada pela significância dos parâmetros em suas estimativas, conferindo-lhes relevância para a análise proposta. Essa abordagem está alinhada com o estudo de Da Silva (2007), que investigou o processo de volatilidade dos retornos das ações preferenciais da Petrobras e da Vale no período de 2001 a 2008. Nesse estudo, os modelos EGARCH(1,1) e TGARCH(1,1) foram identificados como os mais eficazes. No entanto, este trabalho diverge ao demonstrar o sucesso do modelo GARCH(1,1). Essas conclusões ressaltam a importância da seleção criteriosa de modelos ARCH na análise da volatilidade, considerando a particularidade dos dados e os objetivos específicos da pesquisa.

Na Tabela 3 são apresentadas as estimativas, erro padrão, estatística t e p-valor de cada parâmetro do modelo GARCH(1,1). Desse modo, é possível identificar os parâmetros ajustados para esse modelo, bem como confirmar a significância ao nível nominal de 5% de todos eles.

Table 3: GARCH(1,1) Model Parameters.

Parâmetros	Estimativas	Erro padrão	Estatística t	Pr( $\geq  t $ )
omega	0,000147	0,0000	35,038	0,0004
alpha	0,1833	0,0388	47,221	0,0000
beta	0,7330	0,0480	152,625	0,0000

Source: from the authors (2024).

Nesse caso, a equação do modelo GARCH(1,1) é dada por :

$$h_t = 0,000147 + 0,1833\alpha_{t-1}^2 + 0,7330h_{t-1}$$

Após a estimação dos parâmetros, foram realizados testes e diagnósticos dos resíduos. Na Tabela 4 é possível observar os testes Ljung-Box dos resíduos, Ljung-Box dos resíduos ao quadrado e teste ARCH-LM. Observa-se a inexistência de autocorrelação em ambos os modelos, conforme evidenciado pelo teste de Ljung-Box, no qual os valores de p foram superiores a 0,05. Além disso, ambos os modelos demonstraram eficácia na redução da heterocedasticidade na série, conforme atestado estatisticamente pelo teste ARCH-LM, no qual os valores de p também se situaram acima de 0,05.

Table 4: Table of autocorrelation tests and GARCH(1,1) effects of residuals.

Teste	Valor p
Box-Ljung test( $e_t$ )	0,0606
Box-Ljung test( $e_t^2$ )	0,2928
ARCH-LM	0,2299

Source: from the authors (2024).

O modelo GARCH(1,1) implementado demonstra um desempenho satisfatório na modelagem da volatilidade condicional da série de dados analisada. A significância estatística dos parâmetros, juntamente com a ausência de autocorrelação nos resíduos e a capacidade de mitigar a heterocedasticidade, reforçam a adequação desse modelo para lidar com as variações temporais na volatilidade.

Na Tabela 5, são apresentados os parâmetros estimados pelo modelo EGARCH(1,1). Verifica-se que todos esses parâmetros apresentam significância estatística a um nível de 5

Table 5: EGARCH(1,1) Model Parameters.

	Estimativa	Erro padrão	Valor t	Pr( $\geq  t $ )
Omega	-0,4232	0,1296	-3,2630	0,0011
Alpha	-0,1889	0,0293	-6,4275	0,0000
Beta	0,9342	0,0195	47,8438	0,0000
Gamma	0,2801	0,0517	5,4099	0,0000

Source: from the authors (2024).

Desse modo, com a significância dos parâmetros verificada, a equação do modelo EGARCH(1,1) é dada por :

$$\log(\sigma_t^2) = -0,4232 - (0,1889 + 0,2801|\varepsilon_{t-1}|) + 0,9342 \log(\sigma_{t-1}^2) + 0,2801\varepsilon_{t-1}$$

Após a estimação dos parâmetros, procedeu-se à realização de testes e diagnósticos dos resíduos. Na Tabela 6, são apresentados os resultados dos testes de Ljung-Box aplicados aos resíduos, incluindo o teste de Ljung-Box dos resíduos ao quadrado, bem como o teste ARCH-LM.

É notável a ausência de autocorrelação em ambos os modelos, como comprovado pelo teste de Ljung-Box, no qual os valores de p foram superiores a 0,05. Além disso, ambos os modelos demonstraram eficácia na mitigação da heterocedasticidade na série, conforme evidenciado pela análise do teste ARCH-LM, no qual os valores de p também se posicionaram acima de 0,05.

O modelo EGARCH(1,1) implementado apresenta um desempenho sólido na modelagem da volatilidade condicional da série de dados sob análise. A relevância estatística dos parâmetros estimados, juntamente com a ausência de autocorrelação nos resíduos e a eficaz redução da heterocedasticidade, corroboram a robustez desse modelo para capturar as flutuações temporais na volatilidade.

Na análise comparativa dos modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1,1) com base no critério de informação de Akaike (AIC) apresentado na Tabela 7, são observados resultados que permitem avaliar a adequação de cada modelo. O AIC é uma métrica amplamente utilizada para selecionar o modelo estatístico mais apropriado, levando em consideração o equilíbrio entre ajuste e complexidade do modelo.

Table 6: Table of autocorrelation tests and EGARCH(1,1) effects of residuals.

Teste	Valor p
Box-Ljung test( $e_t$ )	0,0998
Box-Ljung test( $e_t^2$ )	0,0889
ARCH-LM	0,7919

Source: from the authors (2024).

Table 7: Model evaluation metrics table.

Modelos	AIC	MAE	RSME
GARCH(1,1)	-3,7888	3,5543	3,7579
EGARCH(1,1)	-3,8302	3,5104	3,7431

Source: from the authors (2024).

No caso dos modelos em questão, o modelo EGARCH(1,1) exibe um valor de AIC de -3,8302, enquanto o modelo GARCH(1,1) apresenta um AIC de -3,7888. É importante notar que, no contexto do AIC, um valor menor indica um melhor ajuste do modelo aos dados, levando em conta a penalização pela complexidade do modelo.

Comparando os valores de AIC, podemos observar que o modelo EGARCH(1,1) tem um AIC ligeiramente menor em comparação com o modelo GARCH(1,1). Isso sugere que o modelo EGARCH(1,1) pode ser mais apropriado para explicar a volatilidade condicional dos dados, uma vez que oferece um melhor equilíbrio entre ajuste e complexidade. No entanto, a diferença entre os valores de AIC não é muito grande, o que indica que ambos os modelos podem ser considerados razoavelmente adequados.

Por seguinte, será realizada a avaliação dos modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1,1), por meio de explorações métricas essenciais que nos permitem quantificar a eficácia desses modelos na modelagem da volatilidade condicional.

O objetivo central desta etapa é fornecer uma compreensão profunda das métricas utilizadas para comparar a qualidade das previsões geradas pelos modelos. Essas métricas desempenham um papel crucial na identificação dos modelos mais adequados para a previsão de volatilidade nos mercados financeiros, onde a tomada de decisões baseadas em informações precisas é essencial.

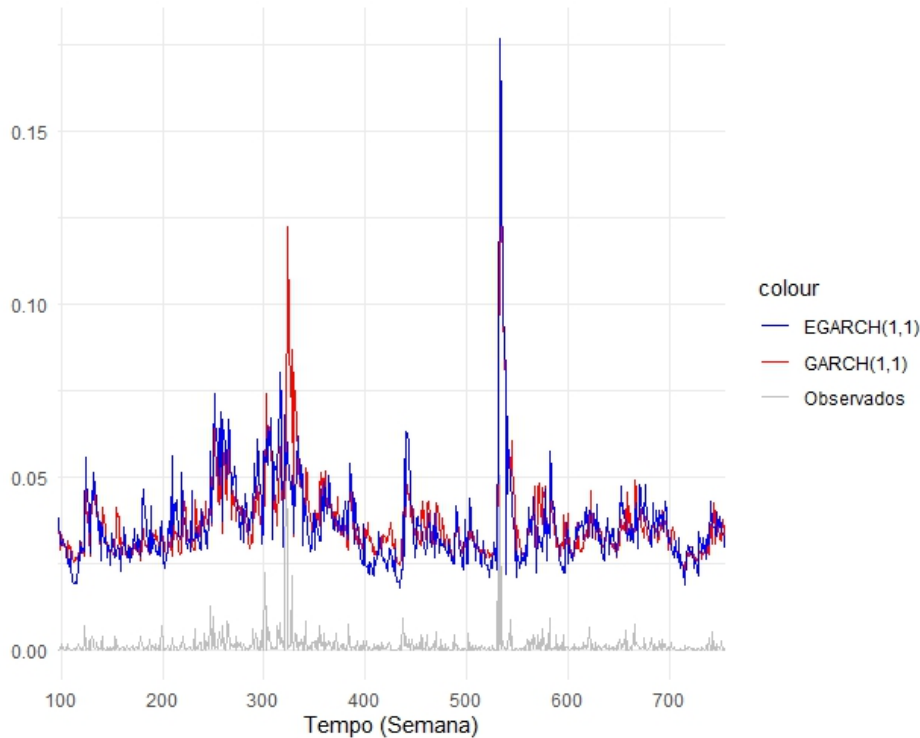
A análise considera tanto métricas gráficas quanto métricas numéricas. A análise gráfica nos permite visualizar a adequação do ajuste dos modelos em relação aos valores observados dos retornos ao quadrado como apresentado na Figura 5. É evidente que ambos os modelos apresentaram um ajuste notavelmente semelhante, no entanto, com uma considerável disparidade em relação aos valores observados. Essa diferença entre as previsões dos modelos e os dados reais destaca a necessidade de uma análise mais aprofundada para compreender as complexidades subjacentes das discrepâncias encontradas.

Além disso, métricas numéricas, como o RMSE (Root Mean Squared Error) e o MAE (Mean Absolute Error), oferecem uma avaliação quantitativa do desempenho dos modelos, permitindo uma comparação objetiva. Na Tabela 7, a avaliação de desempenho dos modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1,1) indica que os resultados foram notavelmente próximos. O modelo GARCH(1,1) apresentou um MAE (Mean Absolute Error) de 3,554392 e um RMSE (Root Mean Squared Error) de 3,757974, enquanto o modelo EGARCH(1,1) registrou um MAE de 3,510413 e um RMSE de 3,743163. Embora as diferenças entre as métricas sejam sutis, elas sugerem uma performance bastante semelhante entre os dois modelos.

A proximidade nas métricas sugere que ambos os modelos são eficazes na modelagem da volatilidade condicional, mas a escolha entre eles pode depender de fatores adicionais, como a complexidade do modelo e o contexto específico da aplicação. Já o trabalho de Thomaz et al. (2020) identificou que o modelo GARCH(1,1) seguindo a distribuição t de Student possui a melhor performance, tanto no ajuste como na previsão, onde métricas como o RMSE e MAE demonstraram um ótimo ajuste em relação ao

presente trabalho.

Figure 5: Observed Values vs GARCH(1,1) and EGARCH(1,1).



Source: from the authors (2024).

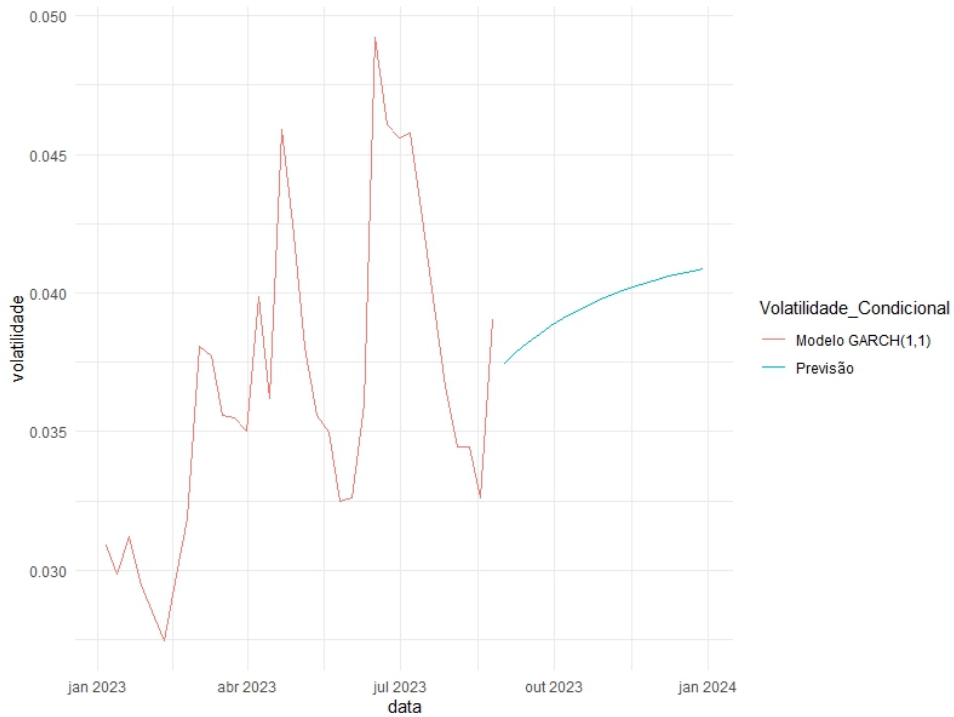
Após a análise das métricas de avaliação, apresenta-se a previsão da volatilidade condicional para cada modelo. É relevante observar, antes de iniciar a análise, que os dados abrangem o período semanal de janeiro de 2010 até agosto de 2023. No entanto, para facilitar a visualização e compreensão, optou-se por realizar um recorte do conjunto de dados, limitando-o ao período de Janeiro de 2023 até Janeiro de 2024. Nesse recorte, a previsão inicia-se em Setembro de 2023 e estende-se até Dezembro de 2023, totalizando 18 períodos de previsão.

Na Figura 6, é possível observar a previsão do modelo GARCH(1,1). Nota-se uma tendência de aumento gradual na volatilidade condicional da carteira ao longo dos períodos futuros. Assim, o modelo sugere um incremento na variabilidade dos retornos nas próximas semanas. Investidores e gestores de carteiras podem utilizar essa informação para implementar estratégias de mitigação de riscos. Por exemplo, diante do aumento previsto na volatilidade, podem ser ponderadas considerações adicionais em relação à diversificação da carteira ou à adoção de instrumentos financeiros que se beneficiam de maior volatilidade.

Na Figura 7, é possível observar a previsão do modelo EGARCH(1,1). Observa-se uma tendência de leve decréscimo na volatilidade condicional ao longo dos períodos futuros. Isso sugere que o modelo EGARCH(1,1) prevê uma diminuição na variabilidade dos retornos nas próximas semanas. Investidores podem considerar que a previsão de decréscimo na volatilidade condicional pode influenciar as estratégias de mitigação de riscos. Em períodos de menor volatilidade esperada, pode-se avaliar a necessidade de ajustar as alocações de ativos ou explorar estratégias de proteção mais conservadoras. Em um ambiente de menor volatilidade esperada, gestores de carteiras podem explorar estratégias de investimento mais agressivas, uma vez que há uma previsão de menor variação nos preços dos ativos.

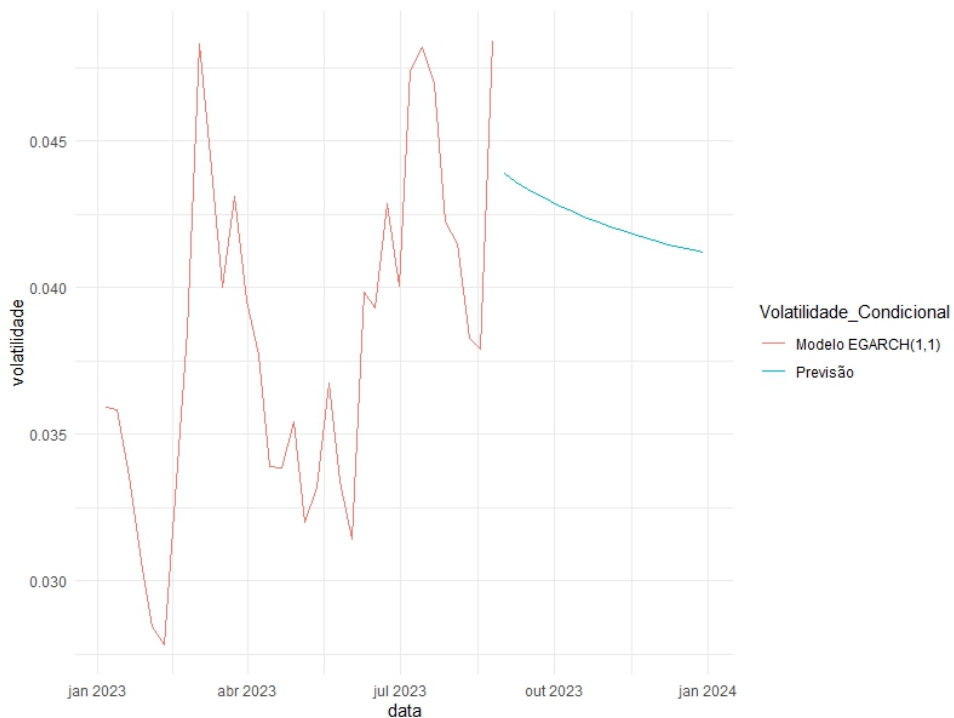
Outro ponto relevante a ser observado é que essas interpretações são fundamentadas nas previsões dos modelos EGARCH(1,1) e GARCH(1,1) e destinam-se a servir como orientações para a tomada de decisões. Entretanto, é importante ressaltar que todas as previsões estão sujeitas a incertezas, e a realidade do mercado pode diferir das previsões modeladas.

Figure 6: Prediction of conditional volatility from the GARCH(1,1) model.



Source: from the authors (2024).

Figure 7: Prediction of conditional volatility from the EGARCH(1,1) model.



Source: from the authors (2024).

## Conclusão

A exploração da série de retornos da carteira de investimentos por meio da análise de séries temporais financeiras usando os métodos de modelagem GARCH proporcionou *insight(s)* valiosos. Os

modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1,1) empregados desempenharam um papel crucial na compreensão da volatilidade condicional da série.

O desempenho satisfatório do modelo GARCH(1,1) foi evidenciado pela significância estatística dos parâmetros, pela ausência de autocorrelação nos resíduos e pela eficaz mitigação da heterocedasticidade. Esses resultados reforçam a adequação desse modelo para lidar com as variações temporais na volatilidade da série de dados analisada.

Quanto ao modelo EGARCH(1,1), sua robustez na modelagem da volatilidade condicional da série de dados foi destacada pela relevância estatística dos parâmetros estimados, pela ausência de autocorrelação nos resíduos e pela eficiente redução da heterocedasticidade. Esses aspectos consolidam a robustez desse modelo para capturar as flutuações temporais na volatilidade da série.

Em síntese, as projeções derivadas dos modelos GARCH(1,1) e EGARCH(1,1) proporcionam *insight(s)* relevantes para a gestão de carteiras e estratégias de investimento. O modelo GARCH(1,1) aponta para um aumento gradual na volatilidade condicional, sugerindo a necessidade de estratégias cautelosas de mitigação de riscos por parte dos investidores. Por outro lado, o modelo EGARCH(1,1) antecipa um leve decréscimo na volatilidade condicional, abrindo espaço para estratégias mais assertivas em um ambiente de menor variabilidade prevista nos retornos. Essas previsões fornecem uma base sólida para a tomada de decisões informadas, permitindo que os participantes do mercado ajustem suas estratégias de acordo com as expectativas de volatilidade.

Em conclusão, a aplicação desses modelos não apenas enriqueceu a análise exploratória dos dados, mas também reforçou a importância de ferramentas estatísticas avançadas na compreensão e mitigação de riscos, contribuindo assim para a tomada de decisões mais informadas e eficazes em investimentos.

## Referências

- ALVES, J. S. *Análise comparativa e teste empírico da validade dos modelos CAPM tradicional e condicional: o caso das ações da Petrobrás*. *Revista Ciência Admin.*, vol. 13, p. 1-11, 2007
- ASSIS, C. A.; CARRANO E. G.; PEREIRA, A C. M. *Predição de tendências em séries financeiras utilizando metaclassificadores*. *Economia Aplicada*, vol. 24, p. 1-76, 2020.
- BOLLERSLEV, T. *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. *Journal of Econometrics*, vol. 31, p. 307-327, 1986.
- BOX, G. P.; JENKINS, G. M. *Time series analysis, forecasting and control*. *San Francisco: Holden-Day*, p. 362-366, 1976.
- DA SILVA, C. A. G. *Modelagem de estimação da volatilidade do retorno das ações brasileiras: os casos da Petrobrás e Vale*. *Cadernos do IME*, vol. 26, p. 1-14, 2009.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. *Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, p. 427-431, 1979.
- ENGLE, R. F. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. *Econometrica*, vol. 50, p. 987-1007, 1982.
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. *On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models*. *Biometrika*, vol. 65, p. 297-303, 1978.
- MARKOWITZ, H. *Portfolio Selection*. *Journal of Finance*, vol. 7, p.77-91, 1952.



MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Edgar Blucher, p. 61-84, 2020.

NELSON, D. B. *Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach*. *Econometrica*, vol. 59 p. 347–370, 1991.

NOGUEIRA, E. C. J.; KOBUNDA, C. N. *Análise da Volatilidade do Ibovespa entre 2001 E 2016: Uma estimação através de modelos ARCH*. *Revista de Economia*, vol. 40, p. 1-17, 2019.

PHILLIPS, P. C. B.; PERRON, P. *Testing for a unit root in time series regression*. *Biometrika*, vol. 75, p. 335-346, 1988.

QUANTMOD. Disponível em : <https://cran.r-project.org/web/packages/quantmod/quantmod.pdf>. Acesso em: 08 out. 2023.

R. Disponível em : <https://www.r-project.org/>. Acesso em: 08 out. 2023.

THOMAZ, P. S.; MATTOS, V. L. D.; Nakamura, L. R.; Konrath, A. C.; NUNES, G. S. *Modelos GARCH em ações financeiras: um estudo de caso*. *Exacta*, vol. 18, p. 1-23, 2020.

TSAY, R. S. *Analysis of financial time series*. John wiley & sons, p. 110-147, 2005.

ZHANG, D.; HU, M.; JI, Q. *Financial markets under the global pandemic of COVID-19*. *Finance Research Letters*, vol. 36, p. 2-6, 2020.