

## Estudo comparativo do índice de GINI de Minas Gerais entre os anos de 1990 a 2010 via Krigagem Ordinária e Krigagem Partição

Reinaldo Junio Dias de Abreu<sup>1†</sup>, Maria de Fátima F. Almeida<sup>2</sup>, Gustavo Rafael Nunes Durães<sup>3</sup>, José Sílvia Govone<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Ciência da Computação, Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG)*

<sup>2</sup>*Departamento de Ensino, Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG)*

<sup>3</sup>*Ciência da Computação, Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG)*

<sup>4</sup>*Centro de Ciências Ambientais (CCA), Universidade Estadual Paulista/Rio Claro-SP*

**Resumo:** *O índice de GINI é uma medida de desigualdade muito utilizada para verificação da distribuição de renda de uma região, ela aponta a diferença de renda dos mais pobres para os mais ricos, e varia numericamente entre valores de 0 a 1, onde o maior valor indica grande concentração de renda. Realizando a análise desse índice no Estado de Minas Gerais, por meio dos dados do Atlas IBGE de 1991 a 2010, foi possível a construção de mapas de Krigagem Ordinária e de Krigagem das Partes utilizando o Método de Partição Produto Espacial (MPPE). Com a Krigagem das Partes obteve-se uma divisão na malha amostral do estado, que mostrou a separação da região central, a mais desenvolvida economicamente do estado, nos 3 períodos analisados, e a flutuação dos índices de GINI ao longo dos períodos nas demais regiões. Concluímos que houve o aumento gradativo do índice de GINI em praticamente maioria das mesorregiões do Norte de Minas, sendo que o Oeste de Minas permaneceu com o índice menor durante todos períodos em comparação com as demais regiões.*

**Palavras-chave:** Índice de GINI; Krigagem Ordinária; Krigagem das Partes; Partição Produto Espacial.

**Abstract:** *The GINI index is a measure of inequality widely used to verify the income distribution of a region, it indicates the difference in income from the poorest to the richest, and varies numerically between values from 0 to 1, where the highest value indicates large concentration of income. Performing the analysis of this index in the State of Minas Gerais, using data from Atlas IBGE from 1991 to 2010, it was possible to build maps of Ordinary Kriging and Split Kriging using the Spatial Product Partition Model (SPPM). With the Split Kriging, a division in the sampling grid of the state was obtained, which showed the separation of the central region, the most economically developed in the state, in the 3 analysed periods, and the fluctuation of the GINI indices over the periods in the other regions. We conclude that there was a gradual increase in the GINI index in practically most of the mesoregions of the North of Minas, and the West of Minas remained with the lowest index during all periods compared to the other regions.*

**Keywords:** GINI Index; Ordinary Kriging; Split Kriging; Product Partition Model.

---

<sup>†</sup>Autor correspondente: [rjdda@aluno.ifnmg.edu.br](mailto:rjdda@aluno.ifnmg.edu.br).

## Introdução

O Índice ou Coeficiente de Gini é uma medida da desigualdade social muito utilizada para medir o nível de desigualdade na distribuição de renda de um país ou região. Os valores deste coeficiente são representados entre 0 e 1, em que quanto mais próximo de zero menor é a desigualdade renda, ou seja, o índice serve para apontar se há muita ou pouca diferença entre os mais pobres e os mais ricos na população.

De acordo com Bagolin (2003) durante muito tempo os estudos sobre a desigualdade na distribuição de renda tinham como preocupação básica o entendimento dos fatores que causavam a concentração regional ou pessoal da renda. Essa perspectiva foi abandonada pela literatura recente e atualmente, busca se avaliar como a distribuição da renda ou riqueza afeta o potencial de crescimento econômico.

Conforme Pinheiro (2018), atualmente, de acordo com informações fornecidas pelo Fundo Monetário Internacional (2018), o Brasil está em 79º lugar no ranking da perspectiva econômica mundial, no que diz respeito a participação no Produto Interno Bruto (PIB) e a 9ª posição no ranking de pior distribuição de renda, no conjunto de 143 países, avaliado com base no Índice de Gini.

O Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (2019), a desigualdade brasileira está entre as 12 mais altas do mundo. Apesar do forte crescimento combinado com o progresso social que o Brasil alcançou nas duas últimas décadas, ainda há a necessidade de amplas reformas para manter o crescimento inclusivo. (KERSTENETZKY; GUEDES, 2018)

Diante da grande diversidade do IDH, PIB e Índice de GINI em todos os estados Brasileiros, entender o comportamento espacial do Índice de GINI no estado de Minas Gerais, é de grande importância para chamar a atenção de autoridades para o problema da desigualdade social que tem deixado à margem da sociedade, cada dia mais pessoas. Neste contexto, este trabalho destaca-se como de fundamental importância porque propõe uma análise do Índice de GINI em um cenário espacial em todo o Estado de Minas Gerais, considerando o estudo dos agrupamentos via Modelo Bayesiano de Partição Produto Espacial, que por meio de busca inteligente de agrupamentos, permite reafirmar ou confrontar as discussões anteriormente levantadas por alguns autores, sobre os contrastes existentes em relação aos IDHM das cidades mineiras não refletirem no índice de GINI.

Para a análise, utilizamos dados do IBGE referentes aos Censos de 1991, 2000 e 2010 (ATLAS, 1991-2010) usando Datum SIRGAS 2000, Software QGIS e o *plugin* Smart-Map para criar os mapas. Foram feitos os mapas utilizando as metodologias de Krigagem Ordinária e Krigagem das partes (ALMEIDA, 2019), em que a segunda está fundamentada na Teoria Bayesiana de busca de pontos de mudança via Método de Partição Produto.

## Metodologia

### Estacionaridade

Todos os conceitos da geoestatística têm suas bases em funções e variáveis aleatórias. As quais estão definidas em Andriotti (2009).

Vieira (2000) define uma função aleatória  $Z(s_i)$  estacionária de 2ª ordem se:

- 1ª - O valor esperado  $E[Z(s_i)]$  existir e não depender da posição  $s$ , ou seja, para qualquer  $s_i$  dentro da área  $A$ ,  $E[Z(s_i)] = \mu$ ;
- 2ª - A cada par de variáveis aleatórias,  $Z(s_i)$ ,  $Z(s_i + h)$ , a função covariância,  $Cov(h)$ , existir e for função somente de  $h$ .

- Hipótese intrínseca

Uma função é intrínseca quando além de satisfazer a primeira hipótese de estacionaridade, primeiro momento estatístico, também o incremento  $[Z(s_i) - Z(s_i + h)]$  tem variância finita e não depende de  $s_i$  para qualquer vetor  $h$ .

Que resulta no semivariograma, definido estatisticamente como

$$\gamma(s_i, s_i + h) = \frac{1}{2}(E[Z(s_i) - Z(s_i + h)]^2). \quad (1)$$

Wang und Qi (1998) estudaram a influência do tamanho amostral com duas análises de dados sendo um dos conjuntos de dados satisfazendo a suposição estacionária intrínseca de segunda ordem e a outra violando essa suposição e verificaram que na Krigagem da média, na Krigagem simples e na Krigagem Ordinária, satisfazendo a condição da suposição estacionária intrínseca, mesmo diminuindo de 2500 amostras para o tamanho amostral de 625 amostras não há perda de qualidade nos resultados dos ajustes dos semivariogramas e nem nos resultados das krigagens, ou seja, não dá para precisar um número mínimo amostral a ser aplicado na geoestatística porque outros fatores como a malha amostral e o atendimento às pressuposições de estacionaridade são fatores decisivos na qualidade dos resultados da krigagem.

## Estatística Bayesiana

Paulino, Turkman e Murteira (2003) conceituaram a estatística Bayesiana por meio de uma comparação com os pressupostos que fundamentam a estatística clássica e os que fundamentam a estatística Bayesiana. Um aspecto importante da inferência clássica consiste em reconhecer a variabilidade existente de amostra para amostra.

Se as variáveis  $X_i$ , forem independentes e identicamente distribuídas, supõe-se amostragem casual ou aleatória e o modelo pode ser simplificado em  $f_i(\cdot|\theta) = f(\cdot|\theta)$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ ,

$$F = \left\{ f(x|\theta) = \prod_{i=1}^n f_i(x_i|\theta) : \theta \in \Theta, x \in \mathcal{X} \right\} \quad (2)$$

A escolha da família  $F$  resulta de uma síntese de vários fatores, dentre eles os principais são:

- a evidência obtida de tratamentos anteriores semelhantes;
- considerações teóricas sobre os objetivos e natureza dos fenômenos envolvidos no estudo;
- busca de modelo parcimonioso;
- considerações teóricas sobre a natureza das técnicas experimentais aplicadas.

Outra consideração a ser feita refere-se a estimação que muitas vezes assume intervalos de confiança, que em vez de propor um único valor para  $\theta$ , indica-se um intervalo cujos limites dependem da amostra, e enquadram o verdadeiro valor do parâmetro com uma certa probabilidade ou grau de certeza.

## O Modelo bayesiano de Ponto de mudança

Almeida (2019), apoiou no estudo de Wang und Qi (1998), Park und Dunson (2010), Oliver und Webster (2015), Page (2016), dentre outros autores, e propôs a metodologia de Krigagem das Partes de uma partição via Método de Partição Produto Espacial, utilizando modelo hierárquico adaptado para modelos com dependência espacial, nomeado Método de Partição Produto Espacial (MPPE), que em inglês é denominado *Spatial Partition Product Method* (SPPM) ao qual cria-se

um modelo que considera duas e três distribuições normais seguindo o que modelo bayesiano baseado na teoria fundamentada em Smith (1975) e implementada por Loshi und Cruz (2005), com adaptações que obedecem aos modelos espaciais propostos por Migon und Gamerman (1997) e Page (2016), para modelo MPPE de um corte e dois cortes.

## Resultados e discussão

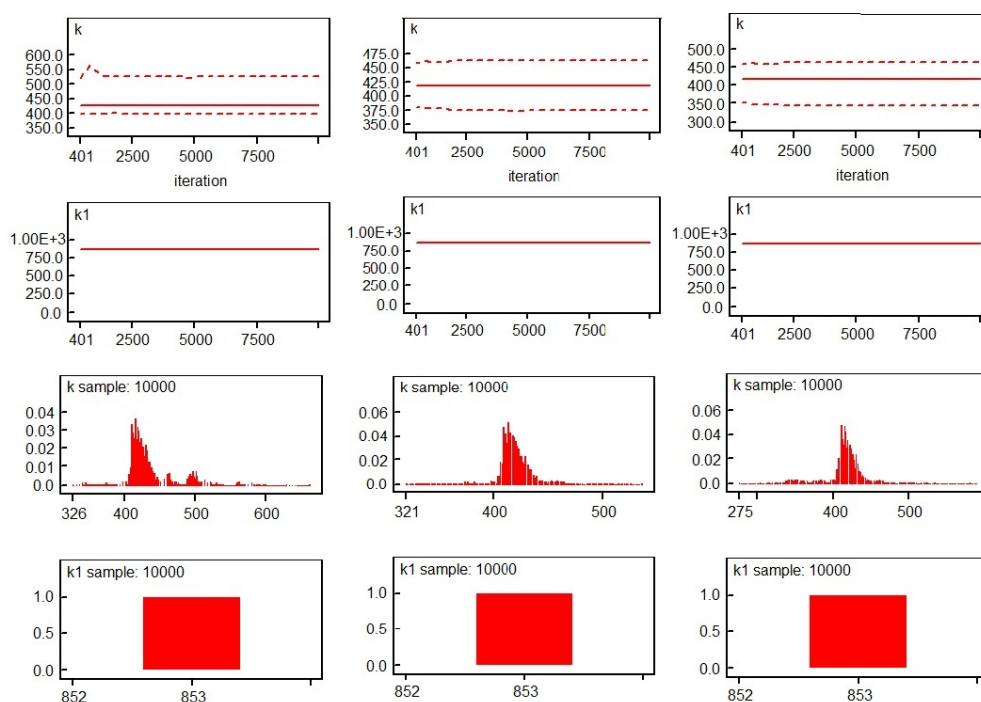
Devido a suposição de existência de mais de uma zona estacionária, neste trabalho, ajustamos de acordo com a metodologia de Almeida (2019), os mapas de Krigagem Ordinária da área total e de Krigagem das Partes de uma partição da malha amostral composta por todas as cidades de Minas Gerais, tendo como variável de interesse no estudo o Índice de GINI das cidades mineiras, com o objetivo de analisar a dependência espacial e as cidades que estão agrupadas com uma média estacionária em relação às do outro grupo de cidades. Para isso utilizamos o modelo que busca obter dois cortes, com apoio do WINBUGS (STURTZ, 2005).

No modelo Bayesiano de Partição Produto Espacial MPPE, que foi implementado para obtenção de dois pontos de mudança, utilizando cinco priores, sendo 3 delas não informativas,  $\tau$ ,  $\alpha$  e  $\gamma$ , e duas priores informativas  $\beta$  e  $j_i$  definidas por uma distribuição Normal padrão e uma Uniforme categórica, respectivamente, que descreve os valores dos locais dos cortes ( $k$  e  $k_1$ ), uma uniforme categórica que descreve os grupos  $j$ .

Em que  $cat(U\{1, 2, 3\})$  representa uma variável categórica que são assumidas três categorias para o modelo de dois cortes.

Foram utilizados também dois valores iniciais para  $k$  e  $k_1$ , três valores iniciais para os parâmetros beta e um valor inicial para  $\tau$ , que após definido, com o apoio dos *softwares* WINBUGS (STURTZ, 2005), foram obtidos os resultados que definiram os cortes dos *grids*, referentes aos anos de 1991, 2000 e 2010, como segue na figura 1.

Figura 1: Representação dos quantis e distribuições dos parâmetros  $k$  e  $k_1$  (loais dos pontos de mudança) referentes ao Índice de GINI dos anos 1991 (coluna à esquerda), 2000 (coluna central) e 2010 (à direita).



Fonte: Os autores.

Os valores ajustados pelo modelo MPPE, utilizando-se os valores iniciais e dos hiperparâmetros estão descritos na Tabela 1, referentes aos períodos de 1991, 2000 e 2010, em que destaca-se o valor da mediana do local do ponto de mudança  $k$  adotado como corte nos *grids* de cada período para construção dos mapas.

Tabela 1: Parâmetros estimados pelo modelo Bayesiano MPPE, para os períodos de 1991, 2000 e 2010.

1991						
Parâmetro	Média	Desv. Pad.	Erro	2,5%	Mediana	97,5%
$\alpha$	7,089	0,192	0,002	6,76	7,07	7,54
$\beta_1$	1,44E-8	4,56E-10	4,46E-12	1,35E-8	1,44E-8	1,53E-8
$\beta_2$	1,87E-8	7,82E-10	8,47E-12	1,73E-8	1,87E-8	2,04E-8
$\beta_3$	-4,728	1006,0	9,47	-1976,0	6,827	1974,0
$k$	435,7	35,88	0,479	398,0	<b>424,0</b>	524,0
$k_1$	853,0	0,0	1,0E-12	853,0	853,0	853,0
$\sigma$	1,834	0,045	4,49E-4	1,75	1,833	1,925
$\tau$	0,298	0,015	1,463E-4	0,27	0,298	0,327
2000						
Parâmetro	Média	Desv. Pad.	Erro	2,5%	Mediana	97,5%
$\alpha$	8,265	0,178	0,002	7,918	8,264	8,616
$\beta_1$	1,74E-8	5,06E-10	4,77E-12	1,65E-8	1,74E-8	1,85E-8
$\beta_2$	2,28E-8	7,96E-10	7,41E-12	2,12E-8	2,27E-8	2,43E-8
$\beta_3$	-4,73	1006,0	9,47	-1976,0	6,83	1974,0
$k$	420,2	18,71	0,177	375,0	<b>419,0</b>	462,0
$k_1$	853,0	0,0	1,0E-12	853,0	853,0	853,0
$\sigma$	2,152	0,053	5,27E-4	2,051	2,151	2,26
$\tau$	0,216	0,011	1,06E-4	0,196	0,216	0,238
2010						
Parâmetro	Média	Desv. Pad.	Erro	2,5%	Mediana	97,5%
$\alpha$	6,08	0,14	0,001	5,801	6,08	6,343
$\beta_1$	1,27E-8	3,85E-10	3,65E-12	1,196E-8	1,269E-8	1,34E-8
$\beta_2$	1,62E-8	6,017E-10	5,61E-12	1,503E-8	1,62E-8	1,74E-8
$\beta_3$	-4,73	1006,0	9,47	-1976,0	6,827	1974,0
$k$	416,1	23,98	0,231	346,0	<b>417,0</b>	462,0
$k_1$	853,0	0,0	1,0E-12	853,0	853,0	853,0
$\sigma$	1,594	0,039	3,88E-4	1,519	1,59	1,67
$\tau$	0,394	0,019	1,93E-4	0,36	0,394	0,43

Fonte: Os autores.

De acordo com os resultados da tabela 1, para o ano de 1991, foram formados os grupos da seguinte forma: Grupo 1 ( de 1 a 424 amostras) e Grupo 2 (de 425 a 853), para o ano 2000: Grupo 1 (de 1 a 419) e Grupo 2 (de 420 a 853) e para o ano 2010: Grupo 1 ( de 1 a 417) e Grupo 2 (418 a 853), considerando a ordem como estão dispostas as cidades no banco de dados. A partir da separação dos grupos foram calculadas as medidas descritivas de cada grupo referentes ao Índice GINI, para cada período, ano 1991, 2000 e 2010, respectivamente, como mostra a tabela 2:

Devido ao grande número de cidades do Estado de Minas Gerais, as medidas descritivas do Índice de GINI de cada grupo nos três períodos, 1991, 2000 e 2010, mostrados na tabela 2, parecem ser similares, nos três anos, mas construindo as semivariâncias, e em seguida, as krigagens para cada ano e considerando os mapas particionados de acordo com o tamanho de cada malha, percebe-se que existem regiões com baixo Índice de GINI e outras com valores elevados, como mostrados nos gráficos de semivariâncias, nos mapas de Krigagem e nos mapas

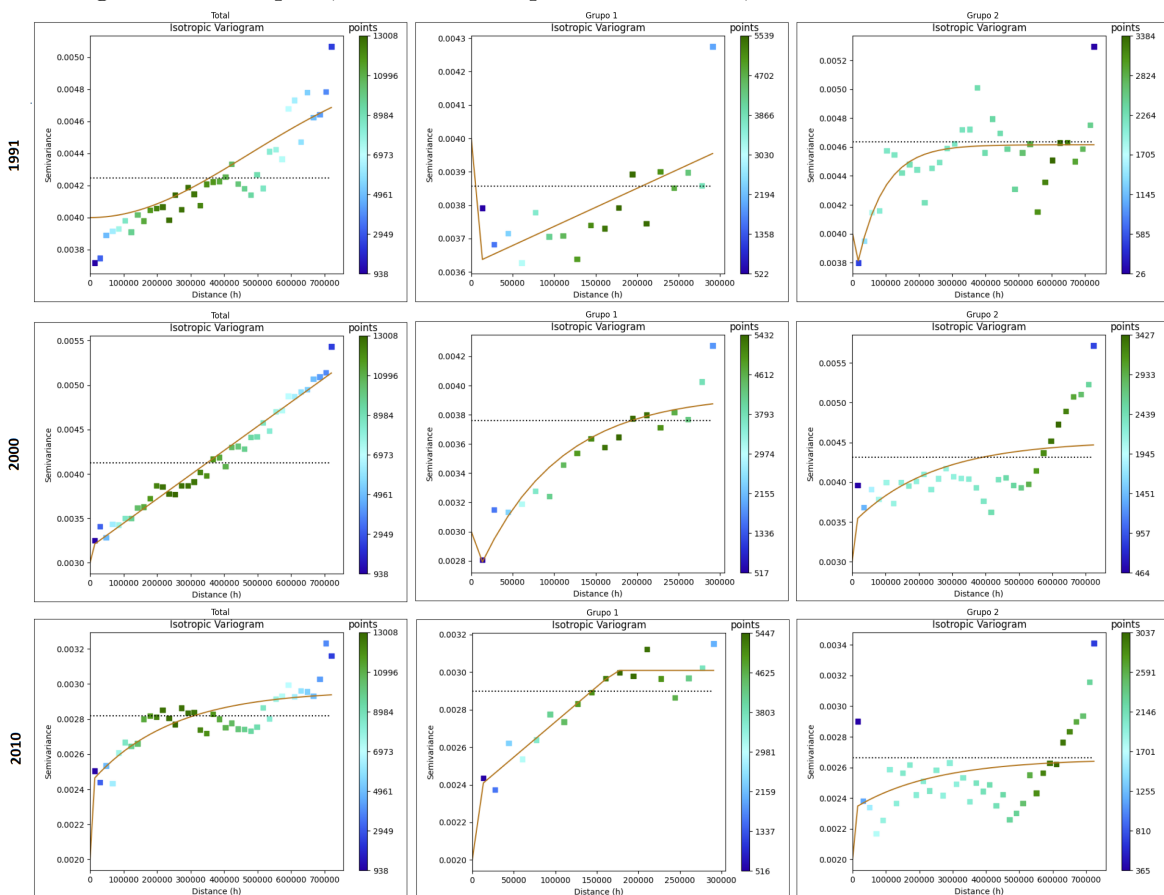
Tabela 2: Medidas descritivas dos grupos, nos períodos de 1991, 2000 e 2010.

Ano	Grupo	Quant.	Média	Desv.p.	Min	25%	50%	75%	Max
1991	Grupo 1	424	0,53	0,06	0,34	0,49	0,54	0,57	0,78
	Grupo 2	428	0,52	0,06	0,34	0,48	0,53	0,57	0,85
2000	Grupo 1	419	0,53	0,06	0,33	0,49	0,53	0,57	0,73
	Grupo 2	433	0,55	0,07	0,38	0,51	0,55	0,59	0,75
2010	Grupo 1	417	0,47	0,05	0,32	0,43	0,46	0,50	0,78
	Grupo 2	435	0,48	0,05	0,34	0,45	0,48	0,51	0,68

Fonte: Os autores.

de variâncias de Krigagem, respectivamente.

Figura 2: À esquerda: Semivariograma Total; no Centro: Semivariograma do Grupo 1; À direita: Semivariograma do Grupo 2, referentes aos períodos de 1991, 2000 e 2010.

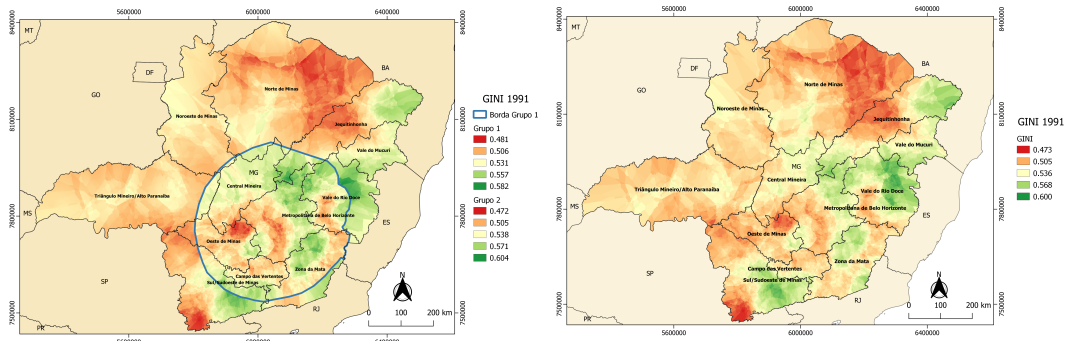


Fonte: Os autores.

Levando-se em consideração a grande extensão territorial e a grande diversidade econômica e social, os resultados sumarizados pelas estatísticas descritivas, não permitem uma análise rápida e precisa da desigualdade de algumas regiões, em particular. Com o uso dos mapas de Krigagem das Partes [3] e Krigagem Ordinária [4], é possível verificar com alta precisão, que em 1991, parte de todas as regiões que estão dentro do grupo 1 e parte do Vale do Mucuri se concentram os maiores índices do Estado, com exceção apenas do Oeste de Minas Gerais. Mostrando que em 1991 estas regiões concentravam a maior riqueza e o maior Índice de desigualdade de renda. No ano 2000 houve uma melhora nas condições de vida, pois o índice de GINI diminuiu no grupo 1 e em contradição, o Vale do Jequitinhonha, Norte de Minas, vale do Mucuri e Noroeste de Minas

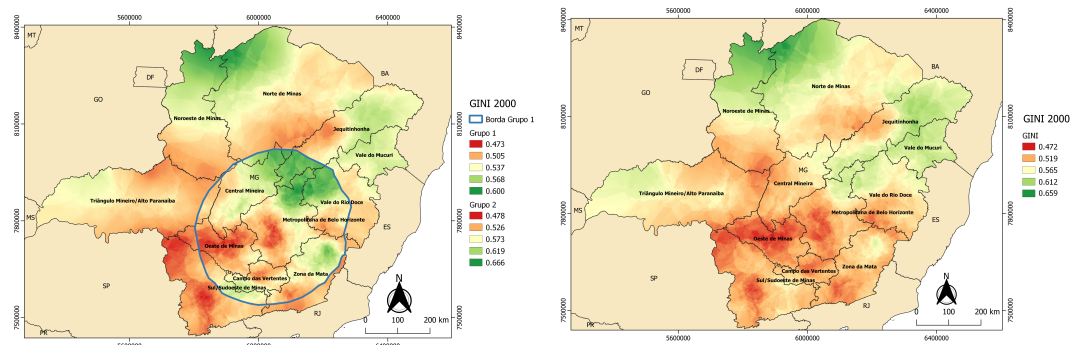


Figura 3: À esquerda: Mapa de Krigagem Ordinária das partes (G1 e G2); À direita: Mapa de Krigagem Ordinária Total, referente ao ano 1991.



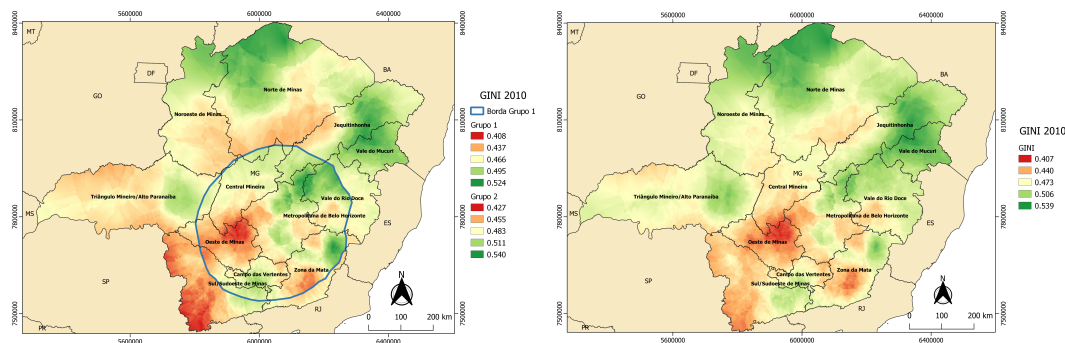
Fonte: Os autores.

Figura 4: À esquerda: Mapa de Krigagem Ordinária das partes( G1 e G2); À direita: Mapa de Krigagem Ordinária Total, referente ao ano 2000.



Fonte: Os autores.

Figura 5: À esquerda: Mapa de Krigagem Ordinária das partes( G1 e G2); À direita: Mapa de Krigagem Ordinária Total, referente ao ano 2010.

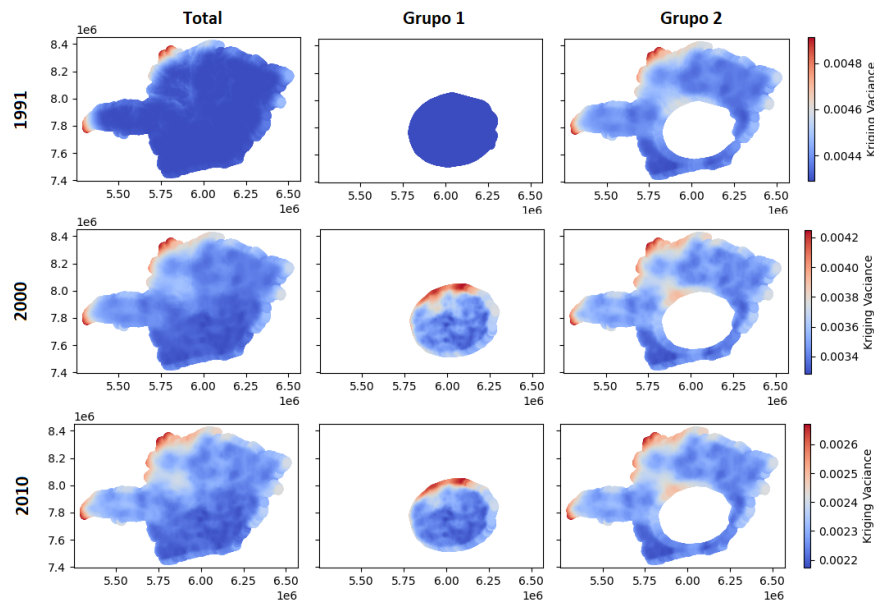


Fonte: Os autores.

tiveram aumento gradativo no Índice. No ano de 2010 houve aumento do Índice de GINI em praticamente todo o Estado, exceto na região Oeste de Minas Gerais e parte da região Sudoeste de Minas Gerais.

Podemos observar também que a região Oeste de Minas Gerais manteve-se com o Índice de Gini baixo durante os três períodos, sendo a mesorregião mais rica do Estado de Minas Gerais e de menor Índice de GINI.

Figura 6: Mapas de Variâncias de Krigagem Ordinária, referentes aos anos 1991, 2000 e 2010. À esquerda: Mapas dos totais amostrais; no centro: Mapas das partes referentes ao grupo G1; à direita: Mapas das partes referentes ao grupo G2.



Fonte: Os autores.

De acordo com as referências já citadas, o IDHM de todas as cidades de Minas Gerais tiveram aumento gradativo ao longo dos três períodos, mas o Índice de GINI de modo geral, não refletiu na redução da desigualdade de renda.

Outro ponto que se destaca, de acordo com as figuras 3, 4 e 5, a Krigagem das Partes (à esquerda), mostra com maior precisão, que foram encontrados pontos de Mudança em todos os períodos analisados, que separou o grupo 1 e grupo 2, em todos os três períodos, essencialmente cobrindo as mesmas regiões que vem sendo foco de discussões sobre desigualdade social e acúmulo de riquezas, demonstrando com eficiência, que a desigualdade social no Brasil está presente em todos os períodos e regiões do Estado, de maneira não aleatória, e este assunto poderá ser pauta de muitos estudos sobre as causas dessas desigualdades.

## Conclusão

Como ferramenta auxiliar nas análises, os mapas utilizando a metodologia de Krigagem das Partes poderão fornecer maior precisão e com isso, favorecer uma visão mais detalhada das zonas de maiores desigualdades sociais e econômicas. Com a metodologia, foi possível separar a região mais desenvolvida do Estado e possibilitar uma visão do índice de GINI dessa região em relação as demais. Podemos perceber que houve um aumento gradativo do Índice de GINI de forma não aleatória que não refletiram o aumento do IDH. Com base nesta conclusão, pode-se reforçar que para avaliar o desenvolvimento de uma região, sugere-se a necessidade de inclusão de outros índices em conjunto, para avaliar a eficiência do Índice GINI.

## Agradecimentos

Agradecimentos ao IFNMG/Campus Montes Claros, MEC/SETEC e IFES/FACTO, por financiamento através do projeto de Empreendedorismo Inovador para a Economia 4.0.



## Referências

- ALMEIDA, Maria de Fátima F.: Método de partição produto aplicado à Krigagem, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Dissertation, 2019.
- ANDRIOTTI, J L S.: Fundamentos de Estatística e Geoestatística. São Leopoldo : UNISINOS:Coleção Manual Universitário, 2009. – 165 S. – ISBN 8574311715.
- BAGOLIN, Izete P. ; PORTO, JR ; SS, A: A desigualdade da distribuição da educação e crescimento no Brasil: índice de Gini e anos de escolaridade. In: Porto Alegre: UFRGS (2003).
- KERSTENETZKY, Celia L.; GUEDES, Graciele P.: O Welfare State resiste? Desenvolvimentos recentes do estado social nos países da OCDE. In: Ciência & Saúde Coletiva 23 (2018), S. 2095–2106.
- LOSHI, R H. ; CRUZ, F R B.: Extension to the Product Partition Model: Computing the Probability of a change. In: Computational Statistics & data analysis (2005), S. 255–268.
- MIGON, H S. ; GAMERMAN, D: Inferência Estatística: Uma abordagem integrada. In: Textos de Métodos Matemáticos do Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ (1997).
- OLIVER, M.; WEBSTER, R. Basic Steps in Geostatistics: The Variogram and Kriging. 2015, 10.1007/978-3-319-15865-5.
- PAGE, Garritt L.; QUINTANA, Fernando A. Spatial product partition models. Bayesian Analysis, v. 11, n. 1, p. 265-298, 2016.
- PARK, JH ; DUNSON, D B.: Bayesian Generalized Product Partition Model. In: National Cancer Institute and Duke University 20 (2010), Nr. 1, S. 1203–1226. – URL <https://www.jstor.org/stable/24309487>.
- PAULINO, C D. ; TURKMAN, M A A. ; MURTEIRA, B: estatística bayesiana Fundação Clouste Gulbenkian Lisboa. Fundação Calouste Gulbenkian, 2003.
- PINHEIRO, Wellington; VIEIRA, Edson T.; OLIVEIRA, Edson Aparecido de Araújo Q.: As Relações entre o Índice de GINI com o Índice de Desenvolvimento Humano e o Produto Interno Bruto dos Municípios da RMVPLN sob a ótica do desenvolvimento regional. In: Humanidades & Inovação 6 (2019), Nr. 12, S.43–66.
- SMITH, A. F. M.: A Bayesian approach to inference about a change-point in a sequence of random variables. In: Biometrika 62 (1975), 08, Nr. 2, S. 407–416. – ISSN 0006-3444.
- STURTZ, Sibylle ; LIGGES, Uwe ; GELMAN, Andrew: R2WinBUGS: A Package for Running WinBUGS from R. In: Journal of Statistical Software 12 (2005), Nr. 3, S. 1–16. – URL <https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v012i03>.
- VIEIRA, S R.: Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: Tópicos em ciência do solo. In: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo 1 (2000), Nr. 1, S. 1–54.
- WANG, X J. ; QI, F: The effects of sampling design on spatial structure analysis of contaminated soil. In: Science of the total environment 224 (1998), Nr. 1-3, S. 29–41.