ISSN: 2317-0840

Pacote **nCDunnett** do *software* **R** para o cálculo das distribuições do teste de Dunnett não-central

Siomara C. Broch[1†], *Daniel F. Ferreira*[2]

[1] *Professora do Instituto Federal Farroupilha.*

[2] *Professor Associado II, Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Bolsista CNPq. E-mail:* danielff@ufla.br.

Resumo: *Este artigo consiste na apresentação do pacote* `nCDunnett` *do software* `R` *atualmente disponível a qualquer usuário para o cálculo das distribuições do teste de Dunnett não-central. Este pacote foi um produto da tese de doutorado da autora do artigo, sob orientação do segundo autor. O pacote* `nCDunnett` *executa quatro rotinas. A rotina* `dNCDun` *fornece o valor da função densidade de probabilidade; a rotina* `pNCDun` *calcula a probabilidade, pela função de distribuição acumulada; a rotina* `qNCDun` *fornece os quantis da distribuição do teste de Dunnett não-central; e a rotina* `rNCDun` *gera amostras aleatórias de tamanho* N *a partir da distribuição especificada. O artigo apresenta as funções distribuição e de densidade das estatísticas do teste de Dunnett não-central, especifica e comenta os argumentos de cada rotina e dá um exemplo de aplicação do teste de Dunnett utilizando o pacote* `nCDunnett`*.*

Palavras-chave: *Teste de Dunnett não-central; pacote* `nCDunnett`*; comparações múltiplas com um controle.*

Abstract: *This article presents the library* `nCDunnett` *of the software* `R` *currently available to any user for computing the distribution of the non-central Dunnett's test. The library allows the computation of the density and distribution functions of the non-central Dunnett's test statistics and this paper shows comments, specifies the arguments for each routine and gives a real example to illustrate the library usage.*

Keywords: *Dunnett's test non-central; library* `nCDunnett` *of software* `R`*; multiple comparisons with control.*

Introdução

Este trabalho consiste na apresentação do pacote `nCDunnett` do *software* `R` para o cálculo das distribuições do teste de Dunnett não-central. A distribuição da estatística do teste de Dunnett não-central é um caso mais geral da distribuição central para a mesma estatística e envolve a distribuição do máximo da t multivariada correlacionada e centrada em uma posição diferente da origem (BROCH, S.C., 2013). A distribuição não-central tem a vantagem de permitir estudos de poder em experimentos cujas comparações envolvem o controle. A vantagem desse pacote, além de utilizar a distribuição não-central é realizar quadraturas gaussianas para a obtenção das funções densidade, de distribuição e inversa da distribuição.

O pacote `nCDunnett` executa quatro rotinas, denotadas pelas siglas `dNCDun`, `pNCDun`, `qNCDun` e `rNCDun`.

A rotina `dNCDun` fornece o valor da função densidade de probabilidade, especificados como argumentos o quantil (q), os graus de liberdade (ν), o vetor de correlações ($\boldsymbol{\rho}$), o vetor de não-centralidade ($\boldsymbol{\delta}$), o número de pontos para a quadratura (n) e o tipo de teste, se bilateral ou unilateral. A rotina `pNCDun` calcula a probabilidade, pela função de distribuição acumulada, com os argumentos q, ν, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\delta}$, n e o tipo de teste.

† *Autor correspondente:* siomarabroch@jc.iffarroupilha.edu.br

A rotina `qNCDun` fornece os quantis da distribuição do teste de Dunnett não-central especificados os argumentos: probabilidade acumulada (p), ν, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\delta}$, n e o tipo de teste. A rotina `rNCDun` gera amostras aleatórias de tamanho N a partir da distribuição especificada pelos argumentos ν, $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\delta}$.

Referencial teórico

Em Broch, S.C (2013) encontra-se a demonstração de todas as funções de distribuição, densidade e da inversa da função de distribuição. Na sequência é apresentado os principais resultados, necessários para o perfeito entendimento das funções do pacote.

A função de distribuição acumulada para a estatística do teste de Dunnett unilateral não-central com finitos graus de liberdade ν, é dada por

$$F(q;r,\nu,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho}) = \int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{r} \Phi\left(\frac{\rho_i y + sq - \delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\phi(y)dy\right] f(s;\nu)ds,$$

com o vetor de correlações $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1,\, \rho_2,\, \cdots,\, \rho_r]^\top$, o vetor de parâmetros de não-centralidade $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1,\, \delta_2,\, \cdots,\, \delta_r]^\top$), o número de contrastes r e os graus de liberdade ν da variável independente qui-quadrado. Cada elemento ρ_i do vetor de correlações entre contrastes $\boldsymbol{\rho}$, com $i = 1, \cdots, r$, refere-se à correlação entre o i-ésimo tratamento e o tratamento controle, denotado por tratamento $r+1$, e calculado por $\rho_i = \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{r+1}}\right)^{-1}$. O quantil q da distribuição do teste de Dunnett unilateral não central é o máximo da distribuição t multivariada não-central e a função densidade de probabilidade $f(s;\nu)$, com $s > 0$, é dada pela equação

$$f(s;\nu) = \frac{\nu^{\nu/2}}{2^{(\nu/2)-1}\Gamma(\frac{\nu}{2})} s^{\nu-1} e^{-\nu s^2/2}.$$

A função densidade para a estatística do teste de Dunnett unilateral não-central com finitos graus de liberdade $f(q;r,\nu,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho})$ é dada por

$$\int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{p} \left\{\phi\left(\frac{\rho_i y + sq - \delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right) \frac{s}{\sqrt{1-\rho_i^2}} \left[\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{p} \Phi\left(\frac{\rho_k y + sq - \delta_k}{\sqrt{1-\rho_k^2}}\right)\right]\right\}\phi(y)dy\right] f(s;\nu)ds.$$

A equação para obter a inversa da função de distribuição do teste de Dunnett unilateral não-central com finitos graus de liberdade é dada por

$$\int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{r} \Phi\left(\frac{\rho_i y + sq - \delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\phi(y)dy\right] f(s;\nu)ds - (1-\alpha) = 0.$$

A função de distribuição acumulada para a estatística do teste de Dunnett unilateral não-central com infinitos graus de liberdade, é dada por

$$F(q;r,\nu=\infty,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\prod_{i=1}^{r} \Phi\left(\frac{\rho_i y + q - \delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\phi(y)dy,$$

em que o quantil q da distribuição do teste de Dunnett unilateral não central neste caso é o máximo da distribuição normal multivariada não-central. A função densidade para a estatística do teste de Dunnett unilateral não-central com infinitos graus de liberdade é dada por

$$f(q;r,\nu=\infty,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{r} \left\{\phi\left(\frac{\rho_i y + q - \delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right) \frac{1}{\sqrt{1-\rho_i^2}} \left[\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{r} \Phi\left(\frac{\rho_k y + q - \delta_k}{\sqrt{1-\rho_k^2}}\right)\right]\right\}\phi(y)dy,$$

A equação para obter a inversa da função de distribuição do teste de Dunnett unilateral não-central com infinitos graus de liberdade é dada por

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left[\prod_{i=1}^{r}\Phi\left(\frac{\rho_i y+q-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\phi(y)dy-(1-\alpha)=0.$$

A função de distribuição acumulada para a estatística do teste de Dunnett bilateral não-central com finitos graus de liberdade ν, é dada por

$$F(q;r,\nu,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho})=\int_{0}^{\infty}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=1}^{r}\left[\Phi\left(\frac{\rho_i y+qs-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_i y-qs-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\phi(y)dy\right\}f(s;\nu)ds,$$

em que o quantil q da distribuição do teste de Dunnett bilateral não central é o máximo do módulo da distribuição t multivariada não-central. A função densidade para a estatística do teste de Dunnett bilateral não-central com finitos graus de liberdade é dada por

$$f(q;r,\nu,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho})=\int_{0}^{\infty}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{i=1}^{r}\left\{\left(\left[\phi\left(\frac{\rho_i y+qs-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)+\phi\left(\frac{\rho_i y-qs-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\left(\frac{s}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{r}\left[\Phi\left(\frac{\rho_k y+qs-\delta_k}{\sqrt{1-\rho_k^2}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_k y-qs-\delta_k}{\sqrt{1-\rho_k^2}}\right)\right]\right\}\phi(y)dy\right\}f(s;\nu)ds.$$

A equação para obter a inversa da função de distribuição do teste de Dunnett bilateral não-central com finitos graus de liberdade é dada por

$$\int_{0}^{\infty}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=1}^{r}\left[\Phi\left(\frac{\rho_i y+qs-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_i y-qs-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\phi(y)dy\right\}f(s;\nu)ds-(1-\alpha)=0.$$

A função de distribuição acumulada para a estatística do teste de Dunnett bilateral não-central com infinitos graus de liberdade é dada por

$$F(q;r,\nu=\infty,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho})=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\prod_{i=1}^{r}\left[\Phi\left(\frac{\rho_i y+q-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_i y-q-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\right\}\phi(y)dy,$$

em que o quantil q da distribuição do teste de Dunnett bilateral não central neste caso é o máximo do módulo da distribuição normal multivariada não-central. A função densidade para a estatística do teste de Dunnett bilateral não-central com infinitos graus de liberdade é dada por

$$f(q;r,\nu=\infty,\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\rho})=\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{i=1}^{r}\left\{\left(\left[\phi\left(\frac{\rho_i y+z-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)+\phi\left(\frac{\rho_i y-z-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\left(\frac{1}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right)\right.$$

$$\left.\times\prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{r}\left[\Phi\left(\frac{\rho_k y+z-\delta_k}{\sqrt{1-\rho_k^2}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_k y-z-\delta_k}{\sqrt{1-\rho_k^2}}\right)\right]\right\}\phi(y)dy.$$

A equação para obter a inversa da função de distribuição do teste de Dunnett bilateral não-central com infinitos graus de liberdade é dada por

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\prod_{i=1}^{r}\left[\Phi\left(\frac{\rho_i y+q-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_i y-q-\delta_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}\right)\right]\right\}\phi(y)dy-(1-\alpha)=0.$$

Para resolver as integrais das funções apresentadas foi utilizado o método numérico de quadratura gaussiana, em que se optou por transformar as integrais originais em integrais com intervalo $[-1, 1]$ e avaliá-las sempre por uma quadratura de Gauss-Legendre. Esta decisão se deveu principalmente por dois fatores:

- na implementação das quadraturas Gauss-Hermite e Gauss-Laguerre surgem grandes valores (ou valores muito pequenos) dos nós das respectivas quadraturas. Nos computadores, a precisão é finita. Assim, determinadas funções apresentam imagens que computacionalmente dão resultados infinitos ou são arredondados erroneamente para zero, quando computadas para argumentos muito grandes ou muito pequenos. Isso decorre da precisão finita dos números reais representados por máquinas. Esses erros são denotados por `overflow` ou `underflow`. Determinados casos das distribuições da estatística do teste de Dunnett, quando submetidos a esses tipos de quadraturas, apresentaram problemas dessa natureza, o que conduziu a uma menor acurácia da integração, quando comparada com a quadratura Gauss-Legendre.

- as funções que serão integradas não são definidas para $x < 0$, o que pode acarretar dificuldade para avaliar estas integrais em intervalos infinitos.

Para aplicar a quadratura Gauss-Legendre, em que $\lambda(x) = 1$, quando os limites de integração em $\int_a^b \lambda(x)f(x)dx$ não são $a = -1$ e $b = 1$, pode-se converter a integral para estes limites fazendo uma transformação da forma

$$\int_a^b \lambda(x)f(x)dx \approx \frac{(b-a)}{2}\sum_{i=1}^{n} w_i f\left(\frac{(b-a)z_i + (a+b)}{2}\right), \quad (1)$$

em que os $z_i's$ são as raízes dos polinômios de Legendre de grau n.

No caso do intervalo semi-infinito $[0, \infty)$ foi feita inicialmente uma transformação de variáveis para o intervalo finito $[0, 1]$, dado por

$$\int_0^\infty g(x)dx = \int_0^1 g(-ln(t))\frac{dt}{t}$$

e convertendo esta nova integral para os limites $[-1, 1]$ com o uso da expressão (1), obtendo-se

$$\int_0^1 g(-ln(t))\frac{dt}{t} = \frac{1}{2}\int_{-1}^1 \frac{1}{t} g\left(\frac{1-ln(t)}{2}\right) dt.$$

No caso de intervalo pode-se dividir a integral original na soma de duas integrais, uma com intervalo $[0, 1]$ e a outra com intervalo $[1, \infty]$. Ambas as integrais sofrerão mudanças de variáveis para serem resolvida no intervalo $[-1, 1]$ por uma quadratura de Gauss-Legendre.

Aplicação do pacote `nCDunnett`

Considerando os dados experimentais fictícios da Tabela 1, onde está sendo estudado o efeito de três catalisadores sobre o rendimento de uma reação, sendo que o quarto tratamento, sem catalisador, é usado como controle. Deseja-se verificar se existe diferença significativa entre o rendimento da reação, comparando cada catalisador com o controle, com um nível de significância conjunta de 5% em cada um dos experimentos.

Ambos os experimentos tem $i = 1, 2, 3$ tratamentos em teste e o T_4 é o tratamento controle. O primeiro experimento tem todos os tratamentos com mesmo tamanho amostral, $n_i = n = 5$ para todo i, tratando-se de um experimento equicorrelacionado, com correlação constante igual a

$$\rho_1 = \frac{n_i}{n_i + n_4} = \frac{5}{5+5} = 0,5.$$

Tabela 1: Rendimento de uma reação em dois experimentos

Experimento I				Experimento II			
T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{14}	T_{21}	T_{22}	T_{23}	T_{24}
54,1	52,7	51,2	50,7	54,1	52,7	51,2	50,7
53,8	53,9	50,8	51,5	53,8	53,9	50,8	51,5
53,1	57,0	49,7	49,2	53,1	57,0	49,7	49,2
52,5	54,1	48,0	53,1	52,5	54,1	48,0	53,1
54,0	52,5	47,2	52,7	54,0	52,5	47,2	52,7
-	-	-	-	-	-	-	51,4
-	-	-	-	-	-	-	50,4
$\widehat{\mu}_{11}$	$\widehat{\mu}_{12}$	$\widehat{\mu}_{13}$	$\widehat{\mu}_{14}$	$\widehat{\mu}_{21}$	$\widehat{\mu}_{22}$	$\widehat{\mu}_{23}$	$\widehat{\mu}_{24}$
53,50	54,04	49,38	51,44	53,50	54,04	49,38	51,29

O segundo experimento tem 5 (cinco) repetições nos tratamentos em teste e o tratamento controle tem 7 repetições, tratando-se de um experimento com correlação constante entre as diferenças de médias igual a

$$\rho_2 = \frac{n_i}{n_i + n_4} = \frac{5}{5+7} = 0,4167.$$

Calculando o quadrado médio do erro ou variância residual dos experimentos tem-se que:

$$\widehat{\sigma}_1^2 = QME_1 = \sum_{j=1}^{4}\sum_{a=1}^{5} \frac{(Y_{ja} - \overline{Y}_j)^2}{4(5-1)} = 2,300750$$

ou seja, $\widehat{\sigma}_1 = 1,516822$, e

$$\widehat{\sigma}_2^2 = QME_2 == \sum_{j=1}^{4}\sum_{a=1}^{5} \frac{(Y_{ja} - \overline{Y}_j)^2}{3.(5-1)+6} = 2,096032$$

ou seja, $\widehat{\sigma}_2 = 1,447768$.

Para cada contraste entre o i-ésimo tratamento em teste e o tratamento controle determina-se a estatística $\widehat{d}_C = [\widehat{\mu}_i - \widehat{\mu}_{r+1}] / \left[\widehat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{r+1}}}\right]$.

Assim, no primeiro experimento se obtém:

$$\widehat{d}_{C11} = \frac{53,50 - 51,44}{1,516822336\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}} = \frac{2,06}{0,95932268} = 2,1473484$$

$$\widehat{d}_{C12} = \frac{54,04 - 51,44}{1,516822336\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}} = \frac{2,6}{0,95932268} = 2,71024552$$

$$\widehat{d}_{C13} = \frac{49,38 - 51,44}{1,516822336\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{5}}} = \frac{-2,06}{0,95932268} = -2,1473484$$

No segundo experimento se obtém:

$$\widehat{d}_{C21} = \frac{53,50 - 51,29}{1,447768\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{7}}} = 2,612030$$

$$\widehat{d}_{C22} = \frac{54,04 - 51,29}{1,447768\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{7}}} = 3,249028$$

$$\widehat{d}_{C23} = \frac{49,38 - 51,29}{1,447768\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}}} = -2,248031$$

Com o nível de significância $\alpha = 0,05$ desejável para o teste simultâneo dos 3 contrastes e usando como parâmetros de entrada:

- cada valor $\widehat{d}_C$ estimado;
- o vetor de correlações $\boldsymbol{\lambda}_1 = (0,5; 0,5; 0,5)$ no experimento I e $\boldsymbol{\lambda}_2 = (0,4167; 0,4167; 0,4167)$ no experimento II;
- o vetor de parâmetros de não-centralidade $\boldsymbol{\delta}$, que nestes casos é $\mathbf{0}$;
- os graus de liberdade $\nu = 16$ no experimento I e $\nu = 18$ no experimento II para a distribuição da variância amostral residual em cada caso.

O *scrip* do `R` para responder a questão deste problema fictício é dado a seguir, por duas alternativas de resolução computacional. Nesta primeira alternativa calculando-se a probabilidade conjunta para cada contraste e comparando com o nível de significância desejado.

```
################################################################
# Script para obter o quantil do teste de Dunnett bilateral    #
# Alternativa 1 de resolução                                   #
################################################################
# Experimento I
> library(nCDunnett)
> q<-c(2.1473,2.7102,2.1473) # estatísticas calculadas em cada contraste
> rho<-c(0.5,0.5,0.5)
> nu<-16
> delta <- c(0,0,0)
> n<-32 #default
> pNCDun(q, nu, rho, delta,n, TRUE)
[1] 0.8845471 0.9602866 0.8845471
>
# Experimento II
> q<-c(2.6120,3.2490,2.2480)
> rho<-c(0.4167,0.4167,0.4167)
> nu<-18
> delta <- c(0,0,0)
> n<-32
> pNCDun(q, nu, rho, delta,n, TRUE)
[1] 0.9529890 0.9876631 0.9037866
```

A partir da probabilidade acumulada obtida pela rotina é determinado o valor-p em cada contraste, os quais são comparados com o nível de significância α, obtendo-se quais tratamentos apresentam valor-p menor do que α e, portanto, apresentam diferença significativa no efeito observado em relação ao tratamento controle.

A rotina fornece a probabilidade conjunta para cada valor de $\widehat{d}_i$. Assim, no experimento I, obteve-se para:

- $|\widehat{d}_{C11}| = 2,1473484$ a probabilidade conjunta $0,8845$, ou seja, valor-$p = 0,1155$. Comparando-se com $\alpha = 0,05$ conclui-se que o efeito deste catalisador não é significativo.
- $|\widehat{d}_{C12}| = 2,71024552$ a probabilidade conjunta $0,9603$, ou seja, valor-$p = 0,0397$. Comparando-se com $\alpha = 0,05$ conclui-se que o efeito deste catalisador é significativo.

- $|\widehat{d}_{C13}| = 2,1473484$ a probabilidade conjunta $0,8845$, ou seja, valor-$p = 0,1155$. Comparando-se com $\alpha = 0,05$ conclui-se que o efeito deste catalisador não é significativo.

No experimento II obteve-se, para:

- $|\widehat{d}_{C21}| = 2,6120$ a probabilidade conjunta $0,9530$, ou seja, valor-$p = 0,047$. Comparando-se com $\alpha = 0,05$ conclui-se que o efeito deste catalisador é significativo.
- $|\widehat{d}_{C22}| = 3,2490$ a probabilidade conjunta $0,9877$, ou seja, valor-$p = 0,0123$. Comparando-se com $\alpha = 0,05$ conclui-se que o efeito deste catalisador é significativo.
- $|\widehat{d}_{C23}| = 2,2480$ a probabilidade conjunta $0,9038$, ou seja, valor-$p = 0,0962$. Comparando-se com $\alpha = 0,05$ conclui-se que o efeito deste catalisador não é significativo.

O *scrip* do `R` para responder a questão deste problema por uma segunda alternativa de resolução computacional é calculando o quantil teórico da distribuição conjunta e compará-lo com a estatística obtida em cada contraste.

```
################################################################
# Script para obter o quantil do teste de Dunnett bilateral    #
# Alternativa 2 de resolução                                   #
################################################################
# Experimento I
> library(nCDunnett)
> rho<-c(0.5,0.5,0.5)
> nu<-16
> delta <- c(0,0,0)
> n<-32
> p<-0.95
> qNCDun(p, nu, rho, delta, n, TRUE)
[1] 2.592548
>
# Experimento II
> rho<-c(0.4167,0.4167,0.4167)
> nu<-18
> delta <- c(0,0,0)
> n<-32
> p<-0.95
> qNCDun(p, nu, rho, delta, n, TRUE)
[1] 2.581522
```

Neste caso, a função fornece o quantil $d_1 = 2,5925$ e $d_2 = 2,5815$, usando a inversa da função de distribuição da probabilidade $0,95$ fornecida. Compara-se o valor do quantil fornecido pelo programa com os valores das estatísticas em cada contraste. Para o experimento I tem-se:

- $|\widehat{d}_{11}| = 2,1473484 < d = 2,5925$ conclui-se que o efeito deste catalisador não é significativo.
- $|\widehat{d}_{12}| = 2,71024552 > d = 2,5925$ conclui-se que o efeito deste catalisador é significativo.
- $|\widehat{d}_{13}| = 2,1473484 < d = 2,5925$ conclui-se que o efeito deste catalisador não é significativo.

Para o experimento II tem-se:

- $|\widehat{d}_{21}| = 2,612030 > d = 2,5815$ conclui-se que o efeito deste catalisador é significativo.
- $|\widehat{d}_{22}| = 3,249028 > d = 2,5815$ conclui-se que o efeito deste catalisador é significativo.

- $|\widehat{d}_{23}| = 2,248031 < d = 2,5815$ conclui-se que o efeito deste catalisador não é significativo.

Portanto, no experimento I apenas o rendimento médio da reação do catalisadore 3 é significativamente diferente do rendimento médio da reação utilizando o controle enquanto que no experimento II o rendimento médio da reação dos catalisadores 2 e 3 são significativamente diferentes do rendimento médio da reação utilizando o controle com tamanho amostral maior do que os tratamentos em teste, em um nível de significância de 5%.

Conclusões

A biblioteca `nCDunnett` encontra-se disponibilizada para instalação em todas as versões `R` iguais ou superiores a 2.15.0, com livre acesso por todos os usuários do programa no mundo. Esta biblioteca possibilita que qualquer pesquisador possa aplicar corretamente o teste de Dunnett, independente do valor da correlação entre comparações, sem dependência de tabelas limitadas disponíveis na literatura.

Agradecimentos

À Capes, Fapemig e CNPq pelo apoio financeiro.

Referências

BROCH, Siomara Cristina. *Aspectos teóricos e computacionais das estatísticas do teste de Dunnet não-central*. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária), Lavras: UFLA. 2013. 240p.

HOCHBERG, Y.; TAMHANE, A. C. *Multiple comparisons procedures*. New York: J. Wiley, 1987. 450p.

HSU, J. C. *Multiple comparisons: theory and methods*. New York: Chapman & Hall/CRC, 1999. 277p.

R CORE TEAM. *R*: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2013. ISBN 3-900051-07-0, URL http://www.R-project.org/.