

Determinação de ponto crítico em curva de crescimento na dinâmica do potássio

Rayane S. Leite^{1†}, Iago R. V. Silva², Tiago A. Oliveira³, Ana Patricia B. Peixoto⁴

¹Departamento de Estatística e Informática/UFRPE.

²Departamento de Estatística/UEPB. E-mail: iagorenan1@gmail.com.

³Departamento de Estatística/UEPB E-mail: tadolive@cct.uepb.edu.br.

⁴Departamento de Estatística/UEPB E-mail: anapatricia@cct.uepb.edu.br.

Resumo: *A dinâmica da água e solutos no solo é uma modelagem relevante para perceber formas que minimizem a poluição das águas superficiais e subterrâneas. No presente trabalho avaliou-se um experimento que cuja finalidade era explicar o comportamento do transporte da quantidade de teores de potássio durante o perfil dos solos Latossolo Vermelho Amarelo e Nitossolo Vermelho. Para isto, aplicou-se os modelos segmentados, tal como platô de resposta linear para averiguar as profundidades críticas estimadas e com isso definir uma profundidade ótima da presença do soluto no solo. Os teores de potássio que compõe os solos foram testadas de acordo com o ajuste dos modelos, pois suas estimativas variam em relação aos dois tipos de solos e ao modelo utilizado, para o solo LVA essa profundidade foi de 0,48 e para o solo NV a profundidade foi de 0,25 no modelo de regressão linear com platô de resposta. De acordo com o coeficiente de determinação, o modelo linear segmentado com platô de resposta se adequa para diagnosticar a profundidade que detêm o menor teor de potássio presente em solos não saturados.*

Palavras-chave: Regressão segmentada; profundidade; platô resposta.

Abstract: *The dynamics of water and solutes in soil is a relevant modeling to perceive ways to minimize pollution surface water and groundwater. In the present study, an experiment whose purpose was to explain the behavior of the transport of the amount of potassium contents during the soil profile Red Yellow Latosol and Red Nitosol. For this, the segmented models were applied, such as linear response plateau to ascertain the depths estimated reviews and thus to define an optimal depth of the presence of the solute in the soil. The potassium that composes the soils have been tested according to the adjustment of the models, because their estimates vary in relation to the two types of soils and to the model used, for the LVA soil this depth was 0.48 and for the soil NV the depth was 0.25 in the linear regression model with response plateau. According to the coefficient of determination, the linear segmented model with response plateau is adequate to diagnose the depth that holds the lowest content of potassium present in unsaturated soils.*

Keywords: Segmented regression; depth; response plateau.

[†]Autor correspondente: rayferreiraleite@gmail.com.

Introdução

Nos últimos anos o transporte dos solutos no solo é alvo de investigação de um grande número de modelos de simulação do movimento de solutos por meio do perfil do solo. Os modelos estatísticos surgem como ferramentas úteis, possíveis de serem aplicados na definição de quando e de como se deve proceder diante de situações que necessitam de determinado manejo, racionalizando-se a operação e tornando-a mais eficiente em seus vários aspectos. Para tanto, existem modelos analíticos e numéricos desenvolvidos com a finalidade de prever os processos de transferência da água e de solutos entre a superfície do solo e o lençol freático.

Durante o século XX, a Estatística transformou a ciência por meio do fornecimento de modelos úteis que deixaram mais robustos o processo de pesquisa na direção de melhores parâmetros de investigação, consentindo a orientação na tomada de decisão Salsburg (2009). A estatística é classificada como um método quando serve de ferramenta exclusiva a uma determinada ciência (como na Agronomia, na Biologia, na Física, na Medicina ou na Psicologia).

A expansão dos modelos estatísticos, geralmente, é acompanhado de suspeitas envolvendo dinâmicas físicas/biológicas sobre o fenômeno em estudo. A estatística, nesse cenário, se presta a avaliar, selecionar e fornecer modelos e ferramentas para melhor compreensão desses fenômenos. Modelos capazes de considerar tais características práticas são construídos por adoção de regras mecânicas e, frequentemente, são não lineares nos parâmetros (WEISBERG, 2005).

Uma ferramenta importante é considerado o modelo segmentado pois modelar fenômenos que assumem mudança de comportamento funcional, ou seja, o ponto que indica esta mudança na variável resposta, refere-se a algum interesse do pesquisador, já que reproduz uma alteração no padrão dos dados. Em estudos de crescimento de bovinos, esse ponto indica a idade em que o animal alcança a maturidade, logo, compreende-se que neste momento sucedeu alguma mudança no comportamento do crescimento do animal (SANTANA *et al.* 2016).

Silva (1995a, 1995b) apresenta os fundamentos e a aplicação de um método de regressão segmentada, e o explana com uma ampliação do método de regressão linear simples para propiciar maior flexibilidade para a caracterização dos divergentes comportamentos das respostas dos genótipos à oscilação do ambiente. A resposta do genótipo na gama de ambientes é representada por um gráfico composto de dois segmentos de reta, conectados no ponto correspondente ao índice de ambiente nulo.

O ajuste do modelo estatístico de regressão segmentada é realizado pelo método dos mínimos quadrados, e objetiva estimar exigências de um determinado nutriente dosado em uma dieta. O modelo propõe basicamente a existência de uma relação linear positiva de crescimento no eixo Y de um gráfico, em comparação a níveis de determinada quantidade no eixo X, em que é determinado o chamado “break-point”, ponto de quebra, ou seja, o ponto que representa a menor soma dos quadrados dos desvios. Paranaíba (2007), utilizou métodos baseados no ajuste de modelos de regressão não lineares segmentados e constatou que os mesmo têm-se mostrado eficientes para determinação desse tamanho ótimo de parcelas.

Para o estabelecimento de uma rede de pesquisa para estudar a disponibilidade do nutriente no solo, é necessário obter informações sobre o seu comportamento no perfil do solo. Para tanto, modelos de regressão segmentada, oferecem informações sobre os pontos

considerados críticos, da presença e condução do nutriente, e melhor aproveitamento do mesmo. Com os pontos de máximo ou de mínimos dos modelos é possível inferir com precisão, o local onde há maior disponibilidade do nutriente no solo, ou carência do mesmo, facilitando a tomada de decisão no momento de realização do manejo. Diante dos fatos, o objetivo deste trabalho é determinar pontos críticos em curvas dos modelos característicos, a fim de oferecer informações sobre as fases de crescimento e estabilidade do nutriente no solo, proporcionando seu aproveitamento máximo no perfil.

Revisão de Literatura

A análise de regressão tem o objetivo de verificar a existência de uma relação funcional significativa entre uma variável com uma ou mais variáveis, obtendo uma equação que explique a variação da variável dependente pela variação dos níveis da variável independente. O modelo platô de resposta é uma técnica de análise estatística que possibilita descrever níveis ótimos, máximos e mínimos de estudos de crescimento e decrescimento, respectivamente (SCHABENBERGER; PIERCE, 2002).

Modelos de regressão segmentada

A regressão linear de platô foi desenvolvida para análise de métodos descontínuos, sendo classificada como uma regressão segmentada (SCHABENBERGER; PIERCE, 2002). A segmentação do modelo ocorre em um único ponto, o que proporciona a formação de um bi-segmento. Nesse aspecto, o primeiro segmento que é descrito por uma reta crescente ou decrescente, antes da divisão do segmento é representado por um modelo linear simples ($Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, se $X_i \leq X_c$) e, na segunda parte ou segundo segmento ocorre o modelo de platô, representado por uma constante paralela ao eixo X , ($Y_i = P + \varepsilon_i$, se $X_i > X_c$). Desse modo, tem-se que Y_i é a variável resposta; β_0 é o intercepto ou constante e β_1 é o coeficiente de regressão do primeiro segmento. O modelo de platô apresenta apenas a constante P como parâmetro, o que proporciona a formação de uma reta contínua; X_c é o ponto de junção dos dois segmentos e ε_i é o erro associado ao modelo considerado como tendo distribuição normal e independentemente distribuído com média 0 e variância σ_ε^2 . O modelo platô de resposta é uma técnica de análise estatística que possibilita descrever níveis ótimos, máximos e mínimos de estudos de crescimento e decrescimento, respectivamente.

O modelo geral possui um segmento de reta antes do ponto de junção (X_c) como o platô, e o uso de uma variável binária podem ser empregados para unir os dois modelos, conforme sugerido por Draper e Smith (1998), do seguinte modo $Y_i = (\beta_0 + \beta_1 X_i)Z_i + P(1 - Z_i) + \varepsilon_i$ em que Y_i é a variável dependente; β_0 e β_1 parâmetros na equação da reta; P , parâmetro na equação do platô; X_i é a variável independente; Z_i é a variável binária, que quando assume o valor de $Z_i = 1$, para $X_i \leq X_c$, o modelo de regressão linear é ativado e, quando assume o valor de $Z_i = 0$, para $X_i > X_c$, o modelo de platô é acionado.

Esses modelos foram denominados de modelos de platô linear por Anderson e Nelson (1975), que ao estudarem uma família de modelos para descrever respostas à aplicação de nutrientes, enfatizando que processos como relação entre crescimento, produção de plantas e aplicação de nutrientes são biologicamente de resposta não linear.

Dentre os modelos segmentados, o modelo linear de resposta com platô (LRP) é bastante utilizado nas mais variadas áreas de conhecimentos aplicados. O referido modelo

detêm dois segmentos o primeiro determinado por uma reta crescente ou decrescente curva (dependendo do valor de β_1 da equação 1), que descreve o fenômeno até um determinado ponto P e a partir desse ponto o modelo assume o valor P , constante, denominado platô que é o segundo segmento, atribuindo à estabilidade da resposta.

Braga (1983) utilizou a técnica de platô de resposta linear em ensaio sobre fertilidade do solo, em que descreveu o modelo LRP, além de outros utilizados nas ciências dos solos. O autor argumenta que o modelo platô de resposta linear é um modelo descontínuo adequado na avaliação da produção, de modo que quando se aplicam doses muito elevadas de algum elemento, o modelo é capaz de estimar a diminuição de produção ocasionada pelo excesso deste elemento.

Material e métodos

Os dados que serão utilizados são referentes ao trabalho desenvolvido no Laboratório de Física do Solo, do Departamento de Engenharia de Biosistemas, da Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Esalq/USP, cujo objetivo foi montar um ensaio experimental em laboratório a fim de representar o comportamento do transporte dos teores de potássio, nos solos Latossolo Vermelho Amarelo (LVA) e Nitossolo Vermelho (NV). Os solos foram coletados na camada de 0 a 0,70 m de profundidade, no município de Piracicaba-SP. Os modelos utilizados para descrever o teor ideal do potássio ao longo da profundidade, foram o modelo de regressão polinomial liner e quadrático.

Modelo de regressão linear com platô

Com a finalidade de estimar o tamanho de parcela, por meio de modelo linear segmentado com platô (LRP), utilizou-se o seguinte modelo de regressão:

$$Y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i & \text{se, } X_i \leq X_c \\ P + \varepsilon_i & \text{se, } X_i > X_c \end{cases} \quad (1)$$

em que Y_i é a concentração dos nutrientes ao longo do solo entre totais das profundidades de X_i unidades binárias; X_i é a tamanho da profundidade em unidades básicas agrupadas; X_c é a profundidade ótimo de para o qual o modelo linear se transforma em um platô, em relação a abscissa; P é o coeficiente de variação no ponto correspondente ao platô; β_0 representa o intercepto e β_1 o coeficiente angular, do segmento linear e ε_i é o erro associado ao Y_i considerado independentes e normalmente e independentemente distribuídos com média 0 e variância σ_ε^2 constante. A profundidade ótima foi estimada pela expressão: $X_c = (\hat{P} - \hat{\beta}_0) / \hat{\beta}_1$ em que $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ e \hat{P} , são os valores estimados dos parâmetros do modelo linear com resposta platô.

Seleção e qualidade do ajuste

Para identificar se o modelo selecionado explica o comportamento da variável resposta deve-se testar a qualidade do ajuste do modelo, que é dada por estatísticas que medem a proporção da variação na variável resposta que é explicada pelo modelo.

O coeficiente de determinação representa a proporção da variação da variável dependente que é explicada pela variação da variável independente. Para o modelo não linear

não é tão simples a aplicação desta definição, no entanto, um dos critérios para sua definição requer a presença do intercepto no modelo, na qual, nem sempre está presente no modelo de regressão (KENNEDY, 2008). Deste modo, consideraremos o R_a^2 como sendo uma medida próxima ao R^2 . Assim tem-se,

$$R_a^2 = 1 - \frac{SQE(\hat{\theta})}{\|y - \hat{y}\|^2}$$

em que, $SQE(\hat{\theta})$ é a soma dos quadrados dos resíduos avaliados em $\hat{\theta}$, y é o valor observado e \hat{y} indica o valor predito. Entretanto, apenas o valor do R_a^2 não serve como um critério adequado para verificação de ajuste dos modelos, em muitos casos o ajuste de modelos não lineares, é comum a obtenção de R_a^2 assintóticos altos e similares (REZENDE et al., 2007). Todas as análises foram realizadas via software livre R (TEAM, 2019)

Resultados e discussão

A aplicação da regressão segmentada com platô permitiu compreender o comportamento de variabilidade dos solutos ao longo do perfil do solo. De acordo com os resultados obtidos constata-se que, para os dois tipos de solos foi possível estimar a profundidade que está relacionada a menor quantidade de potássio presente no solo, em relação ao intervalo de domínio da amplitude das profundidades em estudo.

Na Tabela 1, são encontradas as estimativas dos parâmetros para o modelo linear e o platô, na qual observa-se que os menores teores de potássio no solo LVA se encontra a 0,48 m de profundidade, constatando que a partir da medida que se aumenta a profundidade os teores de potássio se mantém constante. Já no solo NV a quantidade mínima dos soluto foi obtida a 0,25 m de profundidade. O coeficiente de determinação foi de 94,0% para o solo LVA a 98,0% para o solo NV, os quais reproduziram boas estimativas.

Tabela 1: Estimativas dos parâmetros do modelo de regressão com platô de resposta linear, do platô de resposta que corresponde ao ponto máximo de curvatura (P), do valor da abcissa em que ocorre o ponto máximo de curvatura (X_c) e do coeficiente de determinação (R^2) para os solos LVA e NV

Tipos de solos	β_0	β_1	P	X_c	R^2
LVA	2153,48	-4216,16	98,93	0,48	0,94
NV	2095,69	-7933,81	85,89	0,25	0,98

É possível observar na Figura 1, os gráficos do modelo ajustado do comportamento da regressão linear com platô. A união das retas gerada pelo modelo linear em conjunto com a regressão de platô, expressa a profundidade que considerada o menor índice do nutriente no solo. Desse modo, a partir desse ponto, a profundidade não altera o teor de potássio no solo, não havendo mais necessidade de aumentá-la, pois não há ganho em aumento de precisão experimental. Também verifica-se que as maiores concentrações do nutriente no solo encontra-se nas camadas superiores. Santana *et al.* (2016) utilizou a técnica plato de resposta utilizando modelos de regressão segmentada para descrever curvas de crescimento de bovinos fêmeas da raça Nelore de corte e obteve resultados satisfatório como uso da técnica em sua aplicação.

Sigmae, Alfenas, v.8, n,2, p. 449-456, 2019.

64^a Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).

18^o Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica (SEAGRO).

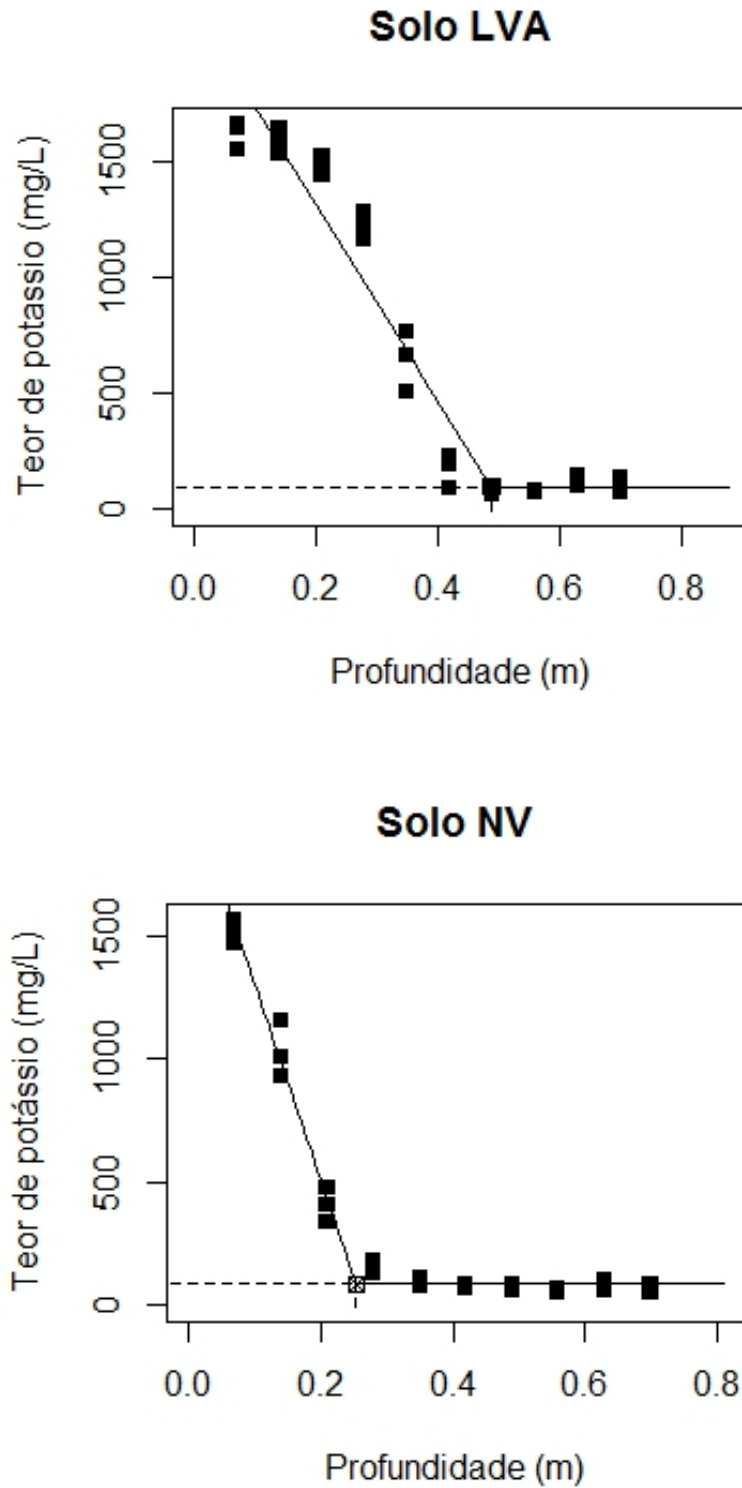


Figura 1: Relação entre o teor de potássio e a profundidade para o modelo de regressão linear nos dois tipos de solo

Pinto *et al.* (2014) aplicou a técnica platô de resposta aplicada a modelos de regressão segmentada, para estimar o tamanho ótimo de parcelas em experimentos envol-

vendo genótipos de bananeira. Resende *et al.* (2007), utilizou a técnica platô de resposta utilizando modelos de regressão segmentada para avaliar sua aplicação no estudo da exigência de Zn em frango de corte, para o autor a técnica apresentou-se satisfatória em sua aplicação.

Li *et al.* (2014), aplicam o método de regressão linear segmentada para detectar as mudanças de tendências, tendo por objeto de estudo um conjunto de vegetações. E Wanderley e Bunhak (2016), por meio da aplicação de métodos baseados no ajuste de modelos de regressão linear segmentada para identificar períodos com características distintas na distribuição temporal dos dias sem chuva.

Considerações Finais

As profundidades críticas estimadas devem ser vistas como profundidades que relacionam os menores teores de potássio na composição dos solos, pois suas estimativas variam em relação aos dois tipos de solos, logo também irão apresentar variações entre experimentos. Os valores das estimativas dos tamanhos de parcela, variaram mediante as particularidades examinadas, os tipos de solos e os modelos aplicados. Os mesmos variaram de 0,48 no solo LVA e de 0,25 no solo NV. E de acordo com a qualidade do ajuste, aos dados analisados o modelo linear apresentou um bom ajuste para ambos solos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

Departamento de Estatística e Informática (Deinfo/UFRPE)

Departamento de Estatística (UEPB)

Laboratório de Física do Solo, do Departamento de Engenharia de Biosistemas, da Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Esalq/USP

Referências bibliográficas

BATES, D.M.; WATTS, D.G. *Nonlinear regression analysis and its applications*. New York: John Wiley & Sons. 1988. 365p.

BRAGA, J.M. *Avaliação da fertilidade do solo: ensaios de campo*. Viçosa: UFV, 1983. 101p.

DRAPER, N.R.; SMITH, H. *Applied regression analysis*. 3.ed. New York: John Willey & Sons, 1998. 706p.

LI, B.; Zhang, L.; Yan, Q.; Xue, Y. Application of piecewise linear regression in the detection of vegetation greenness trends on the Tibetan Plateau. *International Journal of Remote Sensing*, v.35, n.4, p.1526-1539, 2014.

KENNEDY, Peter. *A Guide to Econometrics*. Massachusetts: *Blackwell Publishing*, 2008.

Sigmae, Alfenas, v.8, n.2, p. 449-456, 2019.

64^a Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).

18^o Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica (SEAGRO).

PARANAÍBA, P.F. *Tamanho ótimo de parcelas em delineamentos experimentais*. 2007. 63 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

PINTO, E.S.O.; CECON, P.R.; SILVA, F.F.; LIMA, C.G. de; DONATO, S.L.R.; DIAS, C.T. dos. S. Componentes Principais na Estimação do Tamanho Ótimo de Parcelas em Experimentos Envolvendo Genótipos de Bananeira. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.32, n.2, p.190-200, 2014

RATKOWSKY, D.A. *Nonlinear Regression Modeling: a Unified Practical Approach*. New York: Marcel Dekker, 1983.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2019. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

REZENDE, D.M.L.C.; MUNIZ, J.A.; FERREIRA, D.F.; SILVA, F.F.; AQUINO, L.H. de. Ajuste de modelos de platô de resposta para a exigência de zinco em frangos de corte. *Ciênc. Agrotec.*, Lavras, v.31, n.2, p.468-478, 2007.

SALSBURG, D. *UMA SENHORA TOMA CHÁ...: como a estatística revolucionou a ciência no século XX*. Trad. de José Maurício Gradel, revisão técnica Suzana Herculano-Houzel. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2009. 286p.

SANTANA, T.J.S.; SCALON, J.D.; BITTENCOURT, T.C.C.; SANTANA, A. S.A. de. Modelo Von Bertalanffy com resposta em platô para descrever curvas de crescimento de bovinos de corte. *Revista Brasileira de Biometria.*, Lavras, v.34, n.4, p.646-655, 2016.

SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F.J. *Contemporary Statistical Models for the Plant and Soil Sciences*. Boca Raton: CRC Press, 2002. 738p.

SILVA, J.G.C. da. Análise da adaptabilidade através de regressão linear segmentada. 1. Fundamentos. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.30, n.4, p.435-448, 1995a.

SILVA, J.G.C. da. Análise da adaptabilidade através de regressão linear segmentada. 2. Aplicação. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.30, n.4, p.449-462, abr. 1995b.

WANDERLEY, H.S.; BUNHAK, A.C.S. Alteração da precipitação e do número de dias sem chuva na região Sul Fluminense no estado do Rio de Janeiro. *Revista Brasileira de Geografia Física*, Rio de Janeiro, v.9, n.7, p.1-13, 2016.

WEISBERG, S. *Applied linear regression*. 3ed. Hoboken: J. Wiley, 2005. 352p.

Sigmae, Alfenas, v.8, n,2, p. 449-456, 2019.

64ª Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).
18º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agrônoma (SEAGRO).