

## Modelos não lineares na descrição do crescimento de tilápia do Nilo criada em tanques-rede

Lucivânia F. Miranda<sup>1†</sup>, Kelly P. Lima<sup>2</sup>, Edilson M. Silva<sup>3</sup>, Felipe A. Fernandes<sup>4</sup>, Joel A. Muniz<sup>5</sup>, Augusto R. Morais<sup>6</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Lavras-UFLA.

<sup>2</sup> Universidade Federal de Lavras-UFLA. E-mail: [kelly.lima.88@gmail.com](mailto:kelly.lima.88@gmail.com).

<sup>3</sup> Universidade Federal de Lavras-UFLA. E-mail: [edilsonmg3@gmail.com](mailto:edilsonmg3@gmail.com).

<sup>4</sup> Universidade Federal de Lavras-UFLA. E-mail: [fernadesfelipest@gmail.com](mailto:fernadesfelipest@gmail.com).

<sup>5</sup> Universidade Federal de Lavras-UFLA. E-mail: [joamuniz@des.ufla.br](mailto:joamuniz@des.ufla.br).

<sup>6</sup> Universidade Federal de Lavras-UFLA. E-mail: [armorais@des.ufla.br](mailto:armorais@des.ufla.br).

**Resumo:** A tilápia é uma das espécies da piscicultura mais aceita no mercado brasileiro, apresentando importantes qualidades, tais como rusticidade, crescimento e ganho de peso rápido. Uma ferramenta muito útil para estudar a relação entre peso ou comprimento do peixe e sua idade é a curva de crescimento, sendo melhor explicada através do uso de modelos não lineares pelo fato dos parâmetros com significados biológicos apresentarem interpretação prática na compreensão do fenômeno. O objetivo do trabalho é ajustar e comparar os modelos não lineares no crescimento de tilápia do Nilo em tanques-rede. Os dados utilizados foram compostos pelo peso e comprimento corporal medido em cm oriundo de sete observações realizadas em tanques-rede do início da criação ao abate dos peixes. Essas medidas foram realizadas a cada 30 dias até atingir 180 dias. Os modelos foram adequados para a descrição da curva de crescimento, pelo fato dos parâmetros com significados biológicos que colaboram na interpretação e compreensão do fenômeno. O método de mínimos quadrados foi usado para estimação dos parâmetros, ressaltando a utilização do método iterativo de Gauss-Newton para a solução dos mínimos quadrados e todas as análises realizadas foram usando o software R. O modelo de Von Bertalanffy apresentou-se como o mais adequado para a descrição da tilápia do Nilo em tanques-rede, pois tanto para o peso quanto para o crescimento apresentou o maior  $R^2_\alpha$  e menor AIC. O resultado obtido demonstra que o peso e comprimento assintótico foi de 162,95 a 274,76 g e 17,54 a 18,35 cm, respectivamente. Fornecendo assim parâmetros com interpretações e valores que condizem com a realidade.

**Palavras-chave:** Piscicultura; Aquicultura; Curva de crescimento.

**Abstract:** Tilapia is one of the most accepted fish species in the Brazilian market, presenting important qualities such as rusticity, growth and rapid weight gain. A very useful tool to study the relationship between weight and length of the fish and its age is the growth curve, being better explained through the use of nonlinear models because the parameters with biological meanings present a practical interpretation in the understanding of the phenomenon. The objective of the work is to adjust and compare the nonlinear models in the growth of Nile tilapia in net tanks. The data used were composed of body weight and body length measured in cm from seven observations made in net tanks from the beginning of the breeding season to the slaughtering of the fish. These measurements were performed every 30 days until reaching 180 days. The models were adequate for the description of the growth curve, due to the fact that the parameters with biological meanings contribute to the interpretation and understanding of the phenomenon. The least squares method was used to estimate the parameters, emphasizing the use of the iterative method of Gauss-Newton for the solution of the least squares and all analyzes were performed using software R.

†Autora correspondente: [lucivania@ifpi.edu.br](mailto:lucivania@ifpi.edu.br).

*The model of Von Bertalanffy was presented as the most suitable for the description of Nile tilapia in net tanks, since for both weight and growth it presented the highest  $R_{\alpha}^2$  and lower AIC. The result obtained shows that the asymptotic weight and length were 162.95 to 274.76 g and 17.54 to 18.35 cm, respectively. Thus providing parameters with interpretations and values that are consistent with reality.*

**Keywords:** Pisciculture; Aquaculture; Growth curve.

## Introdução

A piscicultura é um ramo da aquicultura, no qual baseia-se na criação de peixes tanto em ambiente artificiais como naturais. De acordo com Ono e Kubitzka (2003), esse ramo é uma excelente atividade de lazer e valor econômico agregado sendo usada também para a preservação da natureza, desde que o planejamento e as técnicas de manejo sejam adequados à realidade de cada região.

De acordo com Valenti e Daniels (2000), na aquicultura brasileira existem seis setores elementares que são determinados pelos grupos de organismos cultivados, entre eles tem-se peixes de água doce, camarões marinhos, mexilhões, ostras, camarões de água doce e rãs. Além disso, destaca-se o setor de peixes de água doce presente em todos os estados brasileiros.

Com relação a piscicultura brasileira é uma atividade em ascensão e com um grande potencial econômico, pois o Brasil possui condições excepcionais e extremamente favoráveis à criação de peixes devido ao invejável potencial de recursos hídricos, ao clima propício, boa disponibilidade de áreas aptas ao cultivo e ao investimento financeiro dado aos empreendedores dessa atividade (KUBITZA, 2003).

A tilápia do Nilo é uma das espécies mais indicadas para a criação intensiva, sendo esta, de grande importância para aquicultura mundial (FIGUEIREDO, 2008). As principais características da tilápia do rio Nilo que se destacam para colocá-la no pódio das principais espécies piscícolas cultivadas comercialmente: é uma espécie de rápido crescimento, alimenta-se de itens básicos da cadeia alimentar e um grande variedade de alimentos, adapta-se facilmente em diferentes ambientes. Além disso, é resistente a doença e infestações parasitárias.

O Brasil é quarto maior produtor mundial da tilápia ficando atrás somente da China, Egito e Indonésia. Em 2018, foram produzidas 722.560 toneladas de peixes de cultivo, com um crescimento de 4,5 % sobre as 691.700 toneladas do ano anterior. Além disso, 400.280 toneladas de tilápia foram produzidas em 2018, com o crescimento de 11,9% e teve um crescimento acima da média da piscicultura (PEIXE BR, 2019).

Desta maneira, a curva de crescimento animal pode ser um instrumento útil já que, através dela, pode-se ter a relação entre peso ou comprimento de um animal com sua idade, sendo importante para as análises e sugestões sobre eficiência de produção, contribuindo, assim para aumentar o lucro do produtor (GUEDES et al 2004).

Na maioria das vezes, as curvas de crescimento são estudadas por meio de modelos não lineares, pois os modelos possuem parâmetros com interpretação biológica, assim, facilitando o entendimento do fenômeno e ressaltando a característica relevante do crescimento. Na avaliação desta espécie a tilápia do rio Nilo, os estudos de curvas de crescimento por meio de ajuste de modelos não lineares do peso e comprimento em função da idade do animal tem sido importante (FERNANDES et al 2002; AMANCIO et al 2014).

Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo ajustar e comparar os modelos não lineares no crescimento de tilápia do Nilo em tanques-rede.

## Material e métodos

Os dados utilizados para ilustrar o ajuste dos modelos foram retirados de um experimento realizado por Medri et al. (1999) em que mediram o comprimento (cm) e o peso (g) para tilápias do rio Nilo criada em tanques rede. As medições foram realizadas a cada 30 dias até atingir 180 dias, totalizando sete observações.

Os modelos não lineares Logísticos (1), Gompertz (2) e von Bertalanffy (3) foram usados para estimar os parâmetros da curva de crescimento da tilápia com base nos seguintes modelos estatísticos:

$$Y_i = \frac{A}{1 + e^{k(B-t_i)}} + \varepsilon_i \quad (1)$$

$$Y_i = Ae^{(-e^{k(B-t_i)})} + \varepsilon_i \quad (2)$$

$$Y_i = A \left( 1 - \frac{e^{(k(B-t_i))}}{3} \right)^3 + \varepsilon_i \quad (3)$$

em que  $Y_i$  é o valor médio ( peso ou comprimento) no tempo  $t$  (meses);  $A$  é o valor assintótico para a Tilápia, ou seja, é o valor máximo que a tilápia atinge;  $k$  é a taxa de crescimento, quanto maior esse valor menos tempo é necessário para atingir o valor assintótico,  $B$  é o ponto de inflexão da curva do modelo, em que o crescimento do peixe desacelera para um crescimento estabilizado em seu valor máximo de  $A$ ;  $t_i$  é  $i$ -ésimo mês da medição,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  é o erro aleatório associado a  $i$ -ésima observação, com distribuição normal com média zero e variância constante.

A estimação dos parâmetros foi realizada com a minimização da soma dos erros quadrados, no qual resulta nos sistemas de equações normais não lineares, porém não possui uma solução explícita sendo necessário a utilização de algum processo iterativo (SOUZA, 2007). Um dos processos iterativos frequentemente usado é o de Gauss-Newton que foi adotado nesse estudo (MUNIZ; SAVIAN; SCALON, 2008; AMANCIO et al., 2014; CARNEIRO et al., 2014).

Com relação a verificação da análise dos resíduos foram usados alguns testes estatísticos com os testes de Shapiro-Wilk para verificar a normalidade dos resíduos, já para avaliar a homogeneidade da variância o de Breuch-Pagan e a averiguação existência de autocorrelação residual o teste de Durbin-Watson.

A comparação e avaliação de ajuste dos modelos foi feita utilizando o critério de Akaike (AIC), sendo considerado como modelo mais adequado aquele que apresenta menor estimativa para AIC. Além disso, o coeficiente de determinação ajustado ( $R_\alpha^2$ ) foi usado como uma informação adicional na comparação dos modelos, sendo considerado o melhor modelo aquele que possuiu o maior valor.

Todas as análises realizadas foram utilizando o software R (R Core Team (2018)) como o ajuste dos modelos, estimação dos parâmetros e análise de resíduos.

## Resultados e discussões

Conforme os resultados encontrados para os teste de Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW), os pressupostos de normalidade, homogeneidade de variância e independência dos erros foram atendidos para comprimento e peso da tilápia do rio Nilo (valor-p > 0,05, Tabela 1), porém para o modelo Logístico com relação ao peso pode-se verificar que ocorreu a violação da independência, então para a modelagem foi adicionado um parâmetro autorregressivo.

Tabela 1: Valores p dos testes Shapiro-Wilk (SW), Breusch-Pagan (BP) e Durbin-Watson (DW) utilizados para análise de resíduos para os modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy às medidas de comprimento e peso da tilápia.

Comprimento	Logístico	Gompertz	Von Bertalanffy
SW	0,1746	0,1086	0,2027
BP	0,1236	0,2153	0,2095
DW	0,0670	0,0836	0,093
Peso	Logístico	Gompertz	Von Bertalanffy
SW	0,2900	0,4288	0,5401
BP	0,8359	0,4008	0,3054
DW	0,0488	0,08226	0,1069

As Tabelas 2 e 3 apresentam as estimativas dos parâmetros considerando a média dos dados, para cada modelo ajustado, em massa (g) de tilápias do Nilo cultivados em tanques-redes.

Tabela 2: Estimativas, erro padrão e critérios de qualidade de ajuste para os parâmetros dos modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy para a descrição do comprimento da tilápia do Nilo

Comprimento	Logístico(EP)	Gompertz(EP)	Von Bertalanffy(EP)
<i>A</i>	17,54 (0,9076)	18,06 (0,9214)	18,35 (0,94202)
<i>B</i>	1,08 (0,2228)	0,50 (0,1545)	0,21(0,13319)
<i>k</i>	0,85 (0,1793)	0,61 (0,1142)	0,53 (0,09546)
$R_{\alpha}^2$	0,97	0,98	0,99
AIC	23,95	20,76	19,36

Todos os modelos ajustaram-se aos dados, porém, os valores obtidos devido a falta de espaço nos tanques-rede foram baixos, pois conforme Nogueira (2007), o peso médio da tilápia buscado pelo mercado consumidor encontra-se acima de 600g, ou seja, o ciclo total de engorda da tilápia ocorre, aproximadamente, em 180 dias em tanques-rede.

De acordo com Militão (2007), o sistema de produção em tanques-rede compreende três estágios de desenvolvimento, em que o estágio 1 é a fase juvenil corresponde os alevinos de 1g até 40g, no estágio 2 tem-se a fase de crescimento, no qual o peso do peixe está acima de 50g até 350 g e já o estágio 3 é o de engorda ou terminação do peixe com 350g a 700g.

Tabela 3: Estimativas, erro padrão(EP) e critérios de qualidade de ajuste para os parâmetros dos modelos Logístico com AR(1), Gompertz e von Bertalanffy para a descrição do peso da tilápia do Nilo

Peso	Logístico AR(1) (EP)	Gompertz (EP)	Von Bertalanffy(EP)
$A$	162,95(41,34)	216,18(88,0744)	274,76(154,3585)
$B$	3,87 (0,9686)	3,77(1,4732)	3,84 ( 2,0472)
$k$	0,65 (0,1937)	0,31(0,1293)	0,20 (0,1071)
$\phi_1$	-0,085	-	-
$R_\alpha^2$	0,97	0,98	0,98
$AIC$	56,93	54,32	53,04

O crescimento máximo, em comprimento está entre 17,54 e 18,35 cm e o peso máximo entre 168,20 a 274,76 g, sendo o instante de máxima variação do peso, aproximadamente,  $t \simeq 3$  meses.

Segundo Medri et al. (1999), o baixo índice de crescimento do comprimento e do peso pode estar relacionado ao pouco espaço disponível, no caso, não obedecendo ao limite de densidade populacional. Além disso, ocorreu uma diminuição da ingestão de alimento coincidindo com o período de inverno.

Os pesos e comprimentos médios finais alcançados no modelo von Bertalanffy foram comparativamente maiores que os resultados alcançados por Medri et al., (1999).

## Considerações finais

Os modelos usados descreveram adequadamente o padrão de crescimento para a descrição da tilápia do Nilo. O modelo de Von Bertalanffy apresentou-se como o mais adequado para a descrição da tilápia do Nilo em tanques-rede, pois tanto para o peso quanto para o crescimento apresentou o maior  $R_\alpha^2$  e menor AIC, além disso, fornecendo parâmetros com interpretações e valores que condizem com a realidade.

## Agradecimentos

Agradecimento a CNPq, CAPES e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

## Referências bibliográficas

AMANCIO, A.L.L.; DA SILVA, J.H.V.; FERNANDES, J.B.K.; SAKOMURA, N.K.; DA CRUZ, G.R.B. Use of mathematical models in the study of bodily growth in GIIF strain Nile tilapia. *Revista Ciência Agronômica*, Fortaleza. v.45, n.2, p.257-266, 2014.

CARNEIRO, A.P.S.; MUNIZ, J.A.; CARNEIRO, P.L.S.; MALHADO, C.H.M.; MARTINS-FILHO, R.; FONSECA e SILVA; F. Identidade de modelos não lineares para comparar curvas de crescimento de bovinos da raça Tabapuã. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.49, n.1, p.57-62, 2014.

**Sigmae**, Alfenas, v.8, n,2, p. 606-611, 2019.

64<sup>a</sup> Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).

18<sup>o</sup> Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica (SEAGRO).

FERNANDES, Rodrigo; AMBRÓSIO, Angela Maria; OKADA, Edson Kiyoshi. Idade e crescimento de *Satanoperca pappaterra* (Heckel, 1840)(Osteichthyes, Cichlidae) no reservatório de Itaipu, Estado do Paraná. *Acta Scientiarum. Biological Sciences*, v. 24, p. 445-450, 2002.

FIGUEIREDO, C.A.J.; VALENTE, A.S.J. *Cultivo de tilápia no Brasil: origens e cenário atual*. 2008.

GUEDES, M.H.P., MUNIZ, J.A., PEREZ, J.R.O., SILVA, F.E., AQUINO, L.D., SANTOS, C.D. Estudo das curvas de crescimento de cordeiros das raças Santa Inês e Bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias. *Ciência e Agrotecnologia*, v.28, n.2, p.381-388, 2004.

KUBITZA, F. *Qualidade da água no cultivo de peixes e camarões*. 1. ed. Jundiaí: F. Kubitza. p.229, 2003.

MEDRI, Vândir; PEREIRA, Geny Varéa; LEONHARDT, Julio Hermann. Crescimento de tilápia do Nilo *Oreochromis niloticus* alimentada com diferentes níveis de levedura alcooleira, alocada em tanque-rede. *Bol. Inst. Pesca Sao Paulo*, v.25, p.51-59, 1999.

MILITÃO, E.S.; SOUZA, C.S.S.; TARSITANO, M.A.A.; COSTA, S.M.A.L. Custo de produção de tilápia em Ilha Solteira. In: *Anais do Congresso Da Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural*. Londrina, Paraná, Brasil. p.53-59, 2007.

MUNIZ, J.A.; SAVIAN, T.V.; SCALON, J.D. Parameters estimation in the model for in situ degradability of mertens and loften. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v. 32, n. 5, p. 1622-1628, 2008.

NOGUEIRA, A. *Criação de tilápias em tanques-rede*. SEBRAE. 2007.

ONO, E.A. KUBITZA, F., *Cultivo de peixes em tanques-rede*. 2 ed. Jundiaí, SP: Esalq-USP, 68 pp. 2003.

PEIXE BR. *ANUÁRIO PeixeBR da Piscicultura 2019*, São Paulo, 2019.

R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2018. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.

SOUZA, G.S. *Introdução aos modelos de regressão linear e não linear*. 3. ed. Brasília, DF: Embrapa, 2007. 505 p.

VALENTI, W. C; DANIELS, W. H. Recirculation hatchery systems and management. In: New, M.B; Valenti, W. C (Ed.) *Freshwater Prawn Culture: The farming of Macrobrachium rosenbergii*. Oxford, *Blackwell Science*. p. 69-90. 2000.

**Sigmae**, Alfenas, v.8, n,2, p. 606-611, 2019.

64ª Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).  
18º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agronômica (SEAGRO).