

Recursos lúdicos para o ensino-aprendizado de probabilidade e estatística

Yana M. Borges^{1†}, Breno G. Silva², Rafaela Galo³, Naiara Caroline A. Santos⁴

¹Mestranda em Bioestatística, Universidade Estadual de Maringá - UEM, Maringá - PR.

²Mestrando em Bioestatística, Universidade Estadual de Maringá - UEM, Maringá - PR.

E-mail: omatematico.breno@gmail.com

³Mestranda em Bioestatística, Universidade Estadual de Maringá - UEM, Maringá - PR.

E-mail: galo.rafaela@gmail.com

⁴Mestranda em Bioestatística, Universidade Estadual de Maringá - UEM, Maringá - PR.

E-mail: naicaroline2@gmail.com

Resumo: *Com a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os estudos relacionados à Probabilidade e Estatística deixam de compor o eixo Tratamento da Informação - presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais - e passam a integrar uma das unidades temáticas da BNCC. Há que ressaltar que tais mudanças remetem a um novo pensar a respeito de conteúdos relacionados à probabilidade e estatística centrado na promoção de competências, isto é, na interpretação e análise de informações e na elaboração de gráficos com foco no desenvolvimento do pensamento crítico a partir da consideração da natureza particular que lhes é própria. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, os materiais lúdicos representam um importante recurso metodológico a ser utilizado pelo professor em sala de aula, sendo uma forma diferenciada de atividade, pois instiga o aluno a pensar e a criar estratégias para resolver problemas. Pensando nessas mudanças e na importância do estudo dessa temática desenvolvemos uma oficina para alunos de graduação em matemática e demais acadêmicos na Universidade Estadual de Maringá - UEM - com vistas a subsidiar recursos didáticos para professores e futuros professores atuantes na educação, promovendo o ensino facilitado desses temas a partir do uso de materiais manipulativos, baseada nos estudos da probabilidade, construção e interpretação de gráficos, permutação e curva de Gauss.*

Palavras-chave: Ensino; Probabilidade e Estatística; Lúdico; Oficina.

Abstract: *According to the National Curricular Parameters, play materials represent an important methodological resource in education. In order to subsidize didactic resources for teachers of different levels of education, a workshop was carried out using manipulative materials, based on Probability and Statistics studies.*

Keywords: Teaching; Probability and statistics; Ludic; Workshop.

†Autora correspondente: borges.yana@gmail.com.

Introdução

Com a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os estudos relacionados à Probabilidade e Estatística deixam de compor o eixo Tratamento da Informação - presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais - e passam a integrar uma das unidades temáticas da BNCC. Além dessa mudança, há também a inserção do estudo de conceitos relacionados à Probabilidade e Estatística desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, o estudo dessa unidade temática, ocorre durante todo o ensino fundamental e médio. Há que ressaltar que tais mudanças remetem a um novo pensar a respeito da Probabilidade e Estatística centrado na promoção de competências, isto é, na interpretação e análise de informações e na elaboração de gráficos com foco no desenvolvimento do pensamento crítico a partir da consideração da natureza particular que lhes é própria. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, os materiais lúdicos representam um importante recurso metodológico a ser utilizado pelo professor em sala de aula, sendo uma forma diferenciada de atividade, pois instiga o aluno a pensar e a criar estratégias para resolver problemas. Diante desses elementos, considera-se que o desenvolvimento do raciocínio estatístico será favorecido em ambientes de ensino e aprendizagem na medida em que estiver alicerçado em processos de investigação sob circunstâncias reais, de modo que o aluno seja provocado a tomar decisões com base em dados. Pensando nessas mudanças e na importância do estudo dessa temática desenvolvemos uma oficina para alunos de graduação em matemática e demais acadêmicos na Universidade Estadual de Maringá - UEM - com vistas a subsidiar recursos didáticos para professores e futuros professores atuantes na educação, promovendo o ensino facilitado desses temas a partir do uso de materiais manipulativos. As atividades desenvolvidas basearam-se nos estudos da probabilidade simples e condicional, probabilidade com eventos independentes; construção e interpretação de gráficos de barras e de correlação, permutação e curva de Gauss.

Objetivo

Utilizar recursos lúdicos e de fácil manipulação na aplicação de conteúdos de probabilidade e estatística com intuito de facilitar no processo de ensino-aprendizado tornando-o mais dinâmico e elucidativo.

Materiais e métodos

Os materiais utilizados foram previamente preparados para uso dos participantes e a partir deles foram propostas situações-problemas que foram solucionados através da manipulação dos recursos. As discussões, apontamentos e conclusões a que chegaram os pequenos grupos foram em seguida expostas no grupo maior para formalização dos conceitos abordados. Todas as definições matemáticas foram expostas para logo após serem executadas as atividades. Detalhamos todas as definições matemáticas nas quais nos embasamos, assim como materiais e o desenvolvimento.

Gráfico de barras

Definição: Um gráfico de barras é uma forma de resumir um conjunto de dados categóricos. Ele mostra os dados utilizando um número de barras de mesma largura, cada uma delas representando uma categoria particular. Um eixo do gráfico mostra especificamente o que está sendo comparado enquanto o outro eixo representa a frequência. Pode-se criar gráficos com mais de uma informação para cada categoria.

Material utilizado: Cubos previamente confeccionados em papel cartão de variadas cores e de mesmo tamanho.

Desenvolvimento: Cada participante escolhe um cubo da cor de sua preferência. Em um primeiro momento o facilitador solicita que empilhem os cubos segundo a cor escolhida. Os cubos são recolhidos e novamente lhes é solicitado que empilhem os cubos segundo a cor, mas agora em dois grupos: meninos e meninas. Os empilhamentos também são realizados segundo duas classes de idade: maior ou igual a dezoito anos e menor que dezoito anos.

Gráfico de dispersão

Definição: Diagrama ou gráfico de dispersão é uma ferramenta que indica a existência, ou não, de relação entre duas variáveis. Cada ponto na tabela de dados é representada por um marcador cuja posição depende dos seus valores nas colunas determinados nos eixos X e Y.

Recurso utilizado: Folhas de papel milimetrado coladas em isopor para construir o gráfico de dispersão e alfinetes coloridos para marcar os pontos.

Desenvolvimento: Os participantes foram separados em grupos e cada grupo recebeu um conjunto de dados. Foi solicitado que construíssem um gráfico de dispersão segundo o problema e o conjunto de dados recebido.

Permutação

Definição: A cada um dos agrupamentos que podemos formar com certo número de elementos distintos, tal que a diferença entre um agrupamento e outro se dê apenas pela mudança de posição entre seus elementos, damos o nome de permutação simples.

Recurso utilizado: Figuras de peças de pequenos robôs coloridos impressas em papel cartão, cola e papel sulfite.

Desenvolvimento: Cada grupo recebeu um envelope contendo peças dos robôs a serem montados: três tipos de cabeças, dois tipos de braços e dois tipos de rodas. Alguns grupos receberam número de peças diferentes. A tarefa a ser realizada foi descobrir quantos tipos de robôs poderiam ser construídos a partir das peças recebidas, permutando-as.

Probabilidade

Probabilidade simples

Definição: A probabilidade de um evento ocorrer considerando-se um espaço amostral finito é igual à razão do número de elementos do evento para o número de elementos do espaço amostral, desde que o espaço amostral seja um conjunto equiprovável. Seja A um

evento do espaço amostral S , então $P(A) = \frac{n(A)}{n(B)}$, em que definimos $n(A)$ como número de casos favoráveis ao evento A e $n(S)$, o número de casos possíveis.

Material utilizado: Um círculo de papel cartão dividido em oito partes em três cores distintas, papel sulfite e lápis.

Desenvolvimento: Cada grupo recebeu um conjunto de peças que formavam um círculo com três cores diferentes para resolver o seguinte problema:

Em uma comemoração, uma pizza de três sabores distintos foi servida.

1. Qual a probabilidade de a primeira fatia selecionada ser do sabor A (B, C)?

Probabilidade condicional

Definição: Probabilidade condicional refere-se à probabilidade da ocorrência de um evento A sabendo que ocorreu um outro evento B , representado por $P(A|B)$, e é definida por $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(B) > 0$.

Material utilizado: Um círculo de papel cartão dividido em oito partes em três cores distintas, papel sulfite e lápis.

Desenvolvimento: Cada grupo recebeu um conjunto de peças que formavam um círculo com três cores diferentes e número de peças diferentes, cujo problema a ser resolvido era:

Em uma comemoração, uma pizza de três sabores distintos, A, B e C foi servida. Qual a probabilidade de

1. as duas primeiras fatias selecionadas serem do sabor A (B, C)?
2. as três primeiras fatias selecionadas serem do sabor A (B, C)?
3. as duas primeiras fatias selecionadas serem do mesmo sabor ?

Os resultados foram compartilhados com todos os grupos

Probabilidade de eventos independentes

Definição: Dois eventos são ditos independentes se a ocorrência de um não afeta a ocorrência do outro, logo, se A e B são eventos independentes, então $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Material utilizado: Uma caixa contendo bolas verdes e laranjas. Papel sulfite e lápis para anotações.

Desenvolvimento: Com o material em mãos, o problema a ser resolvido com auxílio do material foi proposto:

Uma caixa contém 8 bolas verdes e 5 laranjas. Considerando que cada bola retirada é devolvida à caixa, calcule a probabilidade de que

1. duas bolas sejam verdes.
2. uma bola seja verde e outra laranja.
3. duas bolas sejam verdes e cinco sejam laranjas.

Teorema da probabilidade total

Definição: Seja uma coleção de eventos, com interseção vazia, onde cada evento tem pelo menos um elemento, cuja união formam um espaço amostral. Sendo B um evento desse espaço, então $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$.

Material utilizado: Três caixas de mesmo tamanho identificadas por A, B e C. Cada caixa contendo bolas verdes e laranjas. Papel sulfite e lápis para anotações.

Desenvolvimento: Um problema é proposto para ser resolvido com auxílio do material:

Três caixas A, B e C contêm bolas verdes e laranjas. A caixa A possui 5 bolas verdes e 3 laranjas; a caixa B contém 4 verdes e 6 laranjas e a caixa C contém 7 verdes e 2 laranjas. É solicitado a uma pessoa que pegue uma bola de determinada cor e que a caixa selecionada é de sua livre escolha. Qual a probabilidade de essa pessoa escolher

1. uma bola verde?
2. uma bola laranja?

Máquina de Galton

Definição: A Máquina de Galton foi desenvolvida por Francis Galton, cuja ideia surgiu através de seus estudos em bioestatística. A máquina consiste em uma placa vertical com fileiras entrelaçadas de pinos em disposição triangular. Algumas bolas são jogadas a partir do topo e cada bolinha que se deixa cair choca-se com o primeiro pino com probabilidade de 50% de ir para a esquerda ou para a direita, logo choca-se novamente com outro pino, desloca-se para a esquerda ou para a direita e o processo se repete até que a bolinha caia em alguma coluna e chegue à base da máquina. As colunas da parte central têm maior probabilidade de receber as bolinhas, portanto, se cair um número suficiente de bolinhas, o resultado final será uma conformação cuja forma será a distribuição de sino de Gauss.

Material utilizado: Máquina de Galton previamente construída com Isopor, papel acetato, papel sulfite, cola, alfinetes, canudinhos, bolinhas coloridas.

Desenvolvimento: Cada grupo recebeu uma máquina de Galton e bolinhas coloridas para realizar o experimento. Após o preenchimento observaram como ocorria a distribuição das bolinhas em cada máquina. Após discussão, comentaram em grupo maior o por quê de as configurações terem sido semelhantes em todas as máquinas.

Resultados

Como facilitadores das atividades, percebemos empenho e interesse unânime dos participantes, tanto na realização das atividades como pelo esforço em compreender o conteúdo relacionado que, para alguns, precisou ser lembrado.

A simples manipulação das peças, no caso do gráfico de barras, possibilitou a visualização e interação dos participantes, que sugeriram, além do que foi exposto, novas configurações para o gráfico, segundo as pessoas ali presente.

Para a construção do gráfico de dispersão houve um tempo de dedicação maior, assim como extensa discussão para decidir qual seria a variável dependente e a independente;

a escala dos eixos x e y e que tipo de relação havia entre as variáveis. Em discussão com todos os participantes, alguns comentaram que ao abordar esse tópico em sala de aula, pode haver dificuldade em decidir qual variável observada seria a dependente ou a independente, por parte dos alunos, e que para isso é necessário definir com clareza o conjunto de dados apresentado, entre outras observações. Ao expor aos demais o que foi realizado em pequenos grupos, chegaram à conclusão de que foi possível visualizar as correlações positivas ou negativas e a não-correlação, inclusive.

A atividade que tratava de permutação foi uma das mais simples a serem realizadas, no entanto, percebemos que o tempo gasto em pensar na maneira como iria dar-se a configuração favorecia a memorização da ideia de permutação. A maneira simplista de passar o conteúdo abriu discussão sobre a possibilidade de a atividade ser empregada inclusive para os anos iniciais, pois o conteúdo já é previsto para estes.

Probabilidade simples e probabilidade condicional costumam ser temas que envolvem um pouco mais de dificuldade na assimilação, que foi bastante amenizada ao lançarmos mão das peças para a resolução de problemas concernentes a esse conteúdo. Percebemos que usar as peças para cálculo de probabilidade condicional teve impacto positivo. Isso deve-se ao fato de que, ao se retirar um determinado número de peças, é possível observar a mudança na configuração das demais e assim, mais fácil calcular as probabilidades e perceber o conceito de amostra sem reposição. Embora tenha sido necessária a recapitulação das definições, o recurso foi bem aproveitado e, segundo observação de alguns participantes, em caso de aplicar o recurso em sala de aula, é possível que um percentual maior de alunos retenha o conteúdo, em alternativa ao método expositivo tradicional.

Ainda com relação à probabilidade, para o cálculo de eventos independentes utilizou-se uma caixa com sete bolas verdes e cinco bolas laranjas para cálculo de probabilidades mais básicas envolvendo a temática. Esse tópico foi rapidamente trabalhado pela ideia simples que envolve amostra com reposição, associada à atividade anterior que envolvia amostragem sem reposição. Configuração semelhante deu-se ao trabalharmos com o teorema da probabilidade total, porém, para este caso foram acrescentadas duas outras caixas, agora denominadas de A, B e C, com número diferente de bolas verdes e laranjas. Sendo o conteúdo mais complexo, demorou-se um pouco mais na resolução dos problemas devido à discussão gerada pela maneira como iriam ser manipuladas as bolas, segundo cada problema. O fato de poder retirar uma peça e associar à origem e, ainda, que outra peça de mesma cor poderia ser originada de outras caixas possibilitou aos participantes compreenderem melhor o assunto. Observou-se também que a atividade facultou aos participantes uma extensa reflexão na forma de como abordar tal conteúdo em sala de aula.

Finalmente, no experimento com a Máquina de Galton, o facilitador responsável introduziu o tema com a seguinte questão: “Como ficará a configuração das bolinhas na Máquina de Galton ao final do experimento e por que?”. Após ouvir os comentários o facilitador explicou sobre a teoria envolvida e convidou os grupos a realizarem o próprio experimento e, assim que o concluíram, puderam verificar se o mesmo refutava ou corroborava as respostas dadas à pergunta inicial e associar à teoria. Todas as conclusões foram compartilhadas com os demais.

Relatos

Ao final da oficina realizou-se uma avaliação para verificarmos as impressões causadas aos participantes. Segundo as avaliações, todos os participantes afirmaram que as ativi-

dades realizadas tornaram o conteúdo mais compreensível e que tiveram maior interesse naquelas que exigiam maior interação e manipulação das atividades. Alguns comentaram a respeito da possibilidade de estendermos a oficina ou particioná-la para que pudessem construir os recursos utilizados com intenção de os levarem consigo. Dentre os relatos das avaliações, reescrevemos dois que refletem bastante os outros comentários:

“As atividades ajudaram a evidenciar alguns conteúdos já estudados.”

“Seria interessante deixar os alunos construírem os materiais.”

Imagens da oficina

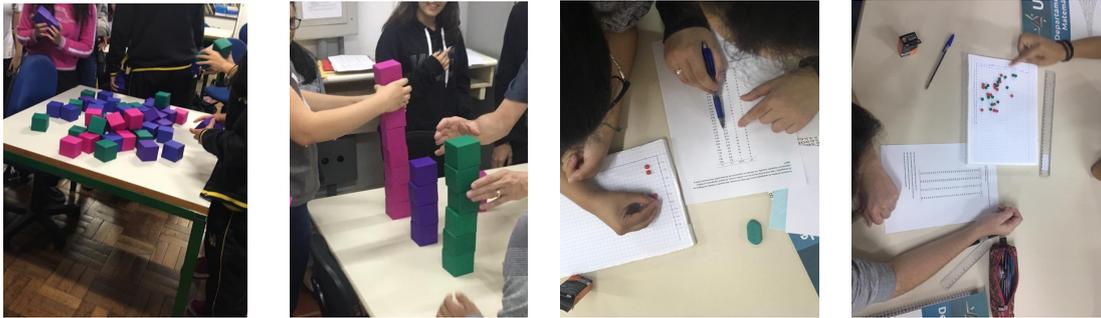


Figura 1: Construção de gráficos.

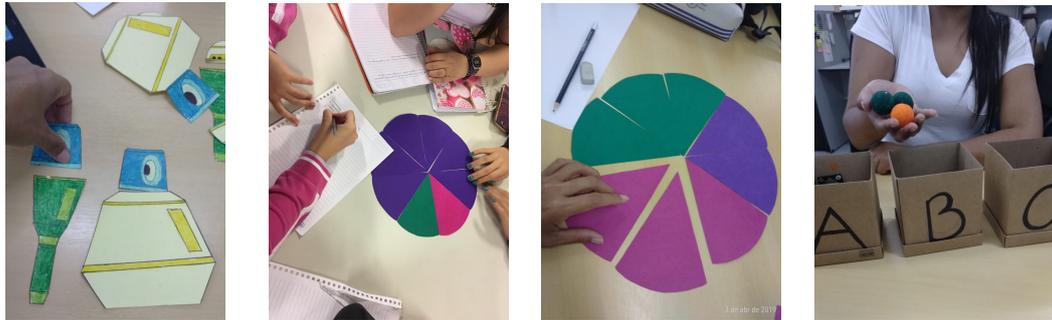


Figura 2: Permutação e probabilidades.



Figura 3: Máquina de Galton

Sigmae, Alfenas, v.106, n,2, p. 106-113, 2019.

64ª Reunião da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS).

18º Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agrônoma (SEAGRO).

Considerações finais

O desenvolvimento dessas atividades nos fez perceber que é possível, a partir do uso de materiais lúdicos, desencadear interesse e discussões a respeito de conteúdos de probabilidade e estatística. A manipulação dos objetos permitiu inclusive, reter memória visual e, por conseguinte dos tópicos apresentados. É importante ressaltar que, quanto mais puderam manipular os objetos, maior o interesse e participação nas atividades. Ainda que alguns tópicos envolvam teoria um pouco mais complexa, não foi perceptível, em geral, enfado ou desânimo no decorrer da oficina, o que reforça a opinião de que recursos lúdicos são de grande valor no processo de ensino-aprendizado.

Referencias Bibliográficas

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental, *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*: segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016.

LOPES, C. E. *Reflexões teórico-metodológicas para a Educação Estatística. Pesquisas em educação matemática: um encontro entre a teoria e a prática*. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008. p.67-86.

MENDONÇA, L O. *A Educação Estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio* Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.